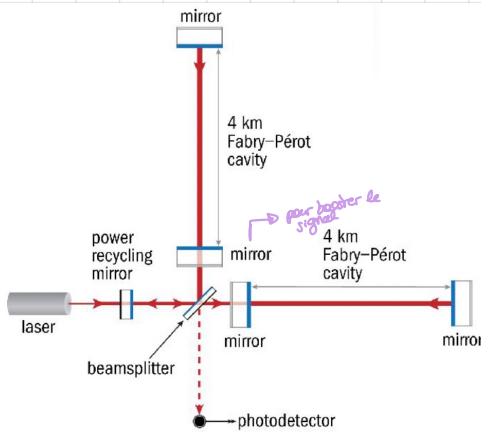


# Chapitre 1 : détection des ondes gravitationnelles

## I. OVERVIEW DES MÉTHODES DE DÉTECTION

### Ground-based interferometers

On utilise un interféromètre de Michelson à cavités Fabry-Pérot



Quand une onde gravitationnelle passe, elle change l'intensité dans la lumière sur le photodétecteur la distance propre devient

$$\Delta L = \lambda \frac{\Delta \phi}{2\pi} \sim L_{\text{arm}} h$$

et la variation d'intensité est

$$I \propto (1 + \Delta \phi)$$

Pour une cavité Fabry-Pérot,

$$\Delta \phi \rightarrow m \Delta \phi$$

→ On photons passent bcp de fois à travers cette cavité

Dans les années 1940s, on n'avait que l'interféromètre de Michelson

La limite est  $h < 10^{-14}$  et on a besoin de  $10^{-24}$  pour détecter des GWs

Pour que le détecteur soit plus sensible, on doit augmenter la longueur du bras. De plus, on attache les miroirs à un système de différents pendules pour réduire le bruit de l'extérieur. Ça a pris plus de 10 ans pour arriver à détecter quelque chose.

La plage des mesures augmente en augmentant le rayon de la sphère des observations pour capter plus de mergers.

### Interféromètres

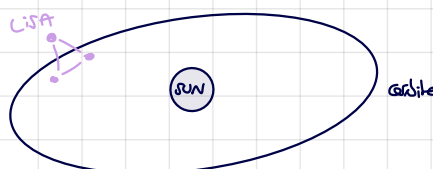
- LIGO / Virgo
- KAGRA : sous le sol, dans une mine et est cryogénique, mais ne sera pas aussi bon que L'E.T.

### Space-based interferometers

LISA : basé dans l'espace et sera envoyé en 2035 (hopefully)

Cette technologie aura des bras de 2 500 000 km, avec 3 sondes spatiales en orbite et en mesure du mouvement d'objets en chute libre dans ces sondes. Ils n'utilisent pas de miroir, la taille des bras est hsp grande. La sensibilité est de 0.12 Hz.

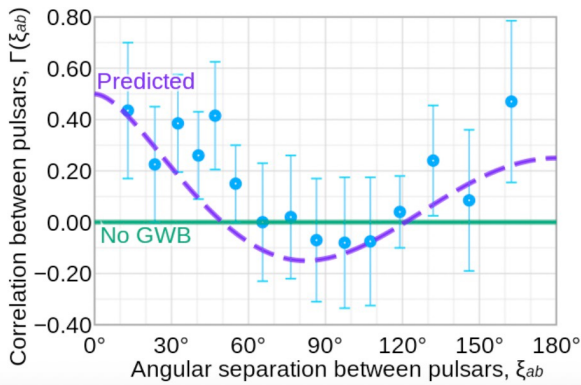
D'autres space-based detectors seront envoyés pour compléter le range d'observation de LISA



→ pourra sonder des BH de  $10^6 M_{\odot}$

## Pulsar timing arrays (new)

Une GW à basse fréquence change le temps d'arrivée des pulses de pulsars d'ondes ET. Cela doit être observé dans plus d'un pulsar pour que ce soit une potentielle GW. Les pulsars sont cohérents l'un de l'autre. Pour avoir une forte évidence qu'un signal est une GW, on utilise des courbes de corrélation de Hellings - Downs



En GR, on s'attend à voir une corrélation de la courbe prédite

Ces signaux pourraient aussi venir de SSBH (supermassive BH) mergers. L'annulation doit être prise en compte quand on étudie les signaux.

On peut aussi mentionner à quel redshift les signaux de fusion de BH sont imputés

## B-mode polarisation du CMB

On peut séparer les polarisations des E-modes des B-modes. Les E-modes sont curl-free et peuvent être générés par des perturbations scalaires et les B-modes ont une divergence *déjà mesuré* et sont générés par les GW et sont générés par des perturbations tensorielles ou par la distorsion des E-modes par l'effet gravitationnel.

Si on mesure le ratio tensor-to-scalar, on pourrait mesurer l'échelle d'énergie de l'inflation.

## Interférométrie d'atomes dans l'espace

Tests de chute libre d'atomes, cheap way de détecter des GWs.

## Détecteurs de GW à haute fréquence

Plus de sources comme l'inflation, le preheating. A besoin d'un niveau plus haut de sensibilité.

Quand une GW passe, elle fait vibrer l'objet et on utilise des ondes acoustiques pour sonder la range kHz - 10 kHz. Il y a aussi des détecteurs basés sur l'effet Gertsenshtein inverse pour sonder la range 100 MHz - THz.

↳ pourrait donner accès à l'échelle de GUT  $\sim 10^{16}$  GeV.

## Nombre effectif de ddl relativistes

L'éq. de Friedmann - Lien entre le taux d'expansion de Hubble est

$$H^2 = \frac{8\pi G}{c^4} (\rho_r + \rho_m + \rho_{\Lambda})$$

et

$$\rho_r = \rho_\gamma + \rho_\nu + \rho_{GW} \rightarrow \text{extra radiation encodée dans le chgt du nombre effectif de ddl } \Delta N_{eff} = 3,046 \text{ dans le SM}$$

De plus,

$$\rho_{GW} = \Omega_{GW} \rho_{cr} (1+z)^4 \rightarrow \Delta N_{eff} = 8,3 \cdot 10^4 \Omega_{GW}$$

↳ contrainte sur les GW primordiales intégrées sur toutes les fréquences

## II. INTERFÉROMÈTRES DE GW - (CONTRÔLE DU BRUIT)

On étudie les gradients de gravité (bruit newtonien) à partir des variations du champ gravitationnel local.

↳ impact directement le mt des miroirs, sans possibilité de construire un système isolé

On a également du bruit sismique : d'ondes sismiques, d'activités humaines, naturellement bruyant

↳ impact les miroirs à travers leur suspension

### Solutions

- Aller sous terre pour réduire le bruit sismique
- gravimètres / sismomètres
- Augmenter la lg du bras et la masse des miroirs (pour tous les bruits), la hauteur des hauts de suspension des miroirs.

Il y a également du bruit thermique de suspension, qui dépend de la température, de la masse du miroir

$$\text{↳ mt de miroir non-désiré} \propto \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{P} \sqrt{M_{\text{miroir}}} L}$$

### Solutions

- Aller cryogénique (bien pour les basses fréquences)
- Augmenter la masse des miroirs et leur taille
- Améliorer les fibres, câbles etc
- Augmenter la lg finale du pendule

On a aussi du bruit brownien du revêtement : mt brownien des molécules à la surface des miroirs, dépend de  $T \propto \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{P} R_{\text{beam}}}$

### Solutions

- Aller cryogénique (changer miroir substrat & fréquence des lasers)
- Augmenter la rayon du faisceau laser
- Améliorer les matériaux de revêtement

Enfin, on a du bruit quantique :

↳ basse fréquence : pression de radiation des photons  $\propto \frac{\sqrt{P_{\text{opt}}}}{f^2 \sqrt{M_{\text{miroir}}} L}$  ↗ puissance du laser  
↳ haute fréquence : bruit de hr des photons (induit du bruit de Poisson)  $\propto \frac{\sqrt{\hbar}}{\sqrt{P_{\text{opt}}} L}$  ↗ eg d'onde du laser beam

→ more power = more hr  
⇒ less fluctuations

### Solutions

- Compresser le lumière
- Utiliser deux lasers  $\neq$  (différentes puissances)
- augmenter masse des miroirs.

## Chapitre 2 : techniques d'analyse de données

### I. RECHERCHE DE CBC PAR MATCH FILTERING

#### CBC search pipelines in LVC

On utilise les 3 codes suivants :

$\left\{ \begin{array}{l} \text{GSTLal} \\ \text{PyCBC} \\ \text{MBTA} \end{array} \right.$

qui vont faire toute une série de choses.

On part d'une waveform, c'est-à-dire à quoi ressemble le signal de manière théorique, et on construit une banque de templates. On va alors convoluer chacune de ces waveforms avec les filters du détecteur : on calcule alors le rapport signal - bruit (SNR). On veut connaître la probabilité que les candidats soient de vrais événements de GWs. Pour le savoir, on utilise les "ranking statistics" la l'on calcule pour chaque candidat son false alarm rate (FAR - FAP).

↳ c'est ce qu'on appelle le match-filtering search !

Après avoir classé les candidats, on veut en étudier les caractéristiques. On fait alors des estimations de paramètres (masses  $m_1$  &  $m_2$ , spin...) pour pouvoir faire une analyse statistique de population.

→ VT (volume Threshold sensitivity  $\equiv$  au volume que l'on doit avoir pour observer une fusion de BH)

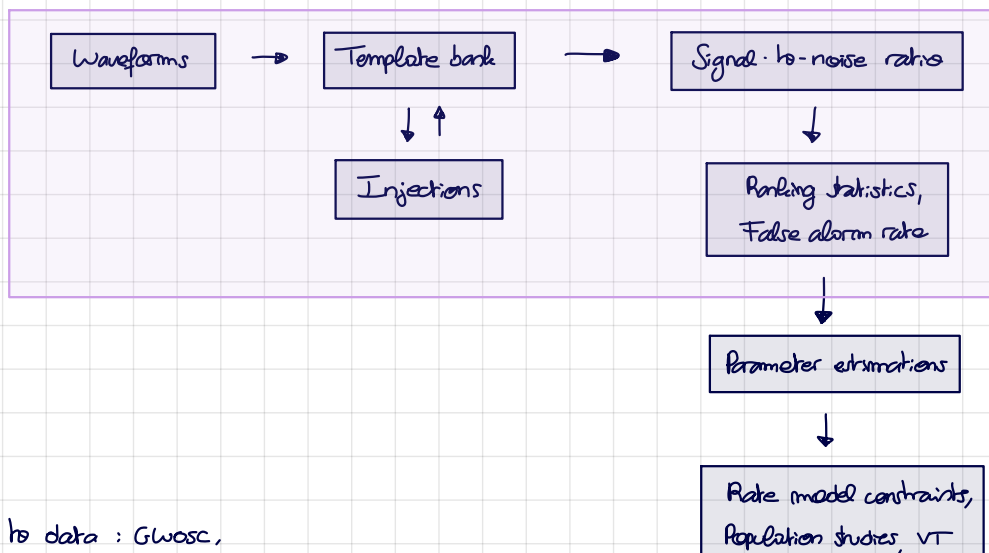
Pour ce faire, on utilise les codes GWpopulation et Popmodels.

Pour étudier jusqu'à quelle distance l'observation est possible, on fait des injections dans les signaux, c'est-à-dire une waveform que l'on injecte dans le bruit du détecteur, en shiftant les données temporelles des signaux pour ne pas avoir de coïncidence.

↳ permet de donner des contraintes sur le taux de fusion, VT...

à l'injection se fait avec du bruit réel, avec des données de modèle.

On peut résumer toutes ces étapes :



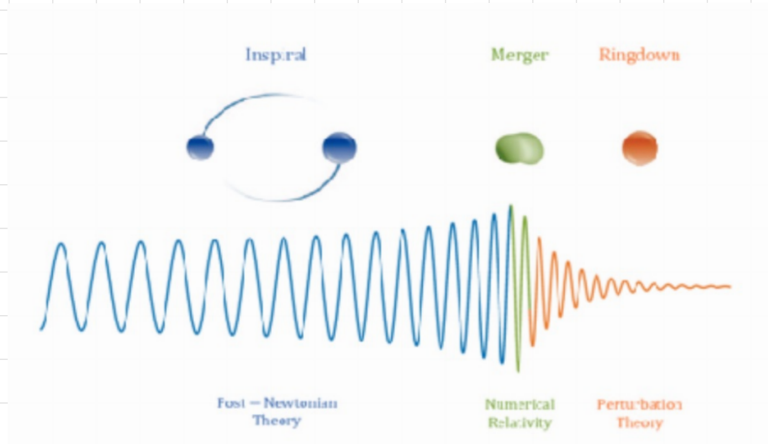
Open access to data : GWOSC,

## Waveforms

Il existe différents types de waveforms :

- Post-Newtonien : Taylor F4  $\rightarrow$  là où les autres effets ne sont pas importants
- Précession de spins
- Merger

Une waveform simple est la



Dans la phase de ringdown, on calcule le signal via la théorie des perturbations. Pour la phase de merger, on utilise la numerical rel. On doit alors résoudre l'ensemble des éq. d'Einstein. Dans la phase d'inspiral, on peut faire une expansion PN pour obtenir la waveform.

Pour commencer l'analyse, on écrit les polarisations

$$\begin{cases} h_+(t) = \frac{2(1 + \cos^2(\iota))}{D_L} m \eta \cdot \cos \Phi(t) \\ h_\times(t) = -\frac{4 \cos(\iota)}{D_L} m \eta \cdot \sin \Phi(t) \end{cases}$$

$\rightarrow$  les signaux oscillent  
(voir voir dans spin)

où  $D_L$  est la distance de luminosité,  $\iota$  (iota) est un angle et  $\eta = \frac{m_1 m_2}{m^2}$ , avec  $m = m_1 + m_2$  et

$$\Phi(t) = \Phi_{\text{GW}}(t) = 2 \Phi_{\text{orb.}}(t). \quad (\text{lié à la fréquence des GWs, de + en + rapide})$$

On peut faire une expansion PN de la phase GW en termes d'un petit paramètre  $v = (\pi m f)^{1/3}$  avec  $f$  la fréquence de la GW et  $\frac{1}{3}$  correspond à la puissance de la correction  $v/c$ .

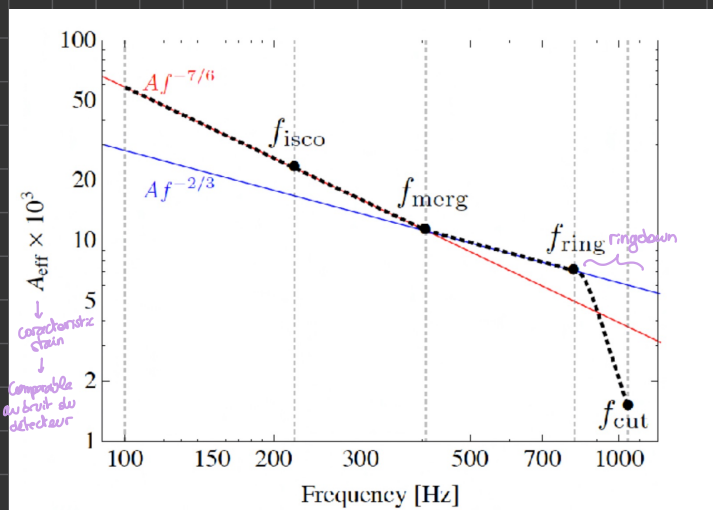
On peut également définir le chirp mass la

$$\mathcal{M}_{\text{ch}} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}$$

La utilisée dans l'étude de système de binaires compactes pour décrire un signal de GW car elle simplifie la waveform émise à l'inspiral

Cependant, les détecteurs ne sont sensibles qu'à une certaine fréquence et notre approximation n'est valide que dans une certaine limite

détecteur très mauvais à basse fréquence, il ne voit que la partie finale de l'inspirale et basse du merger



La maximum de la fréquence est donné par

$$f_{\max} = \frac{4400 \text{ Hz}}{(m_1 + m_2) / m_{\odot}} = f_{\text{ISCO}}$$

qu'est cela pour se rendre compte d'où le signal coupe quand on a  $\alpha \neq$  binaires.

On passe alors dans Fourier et

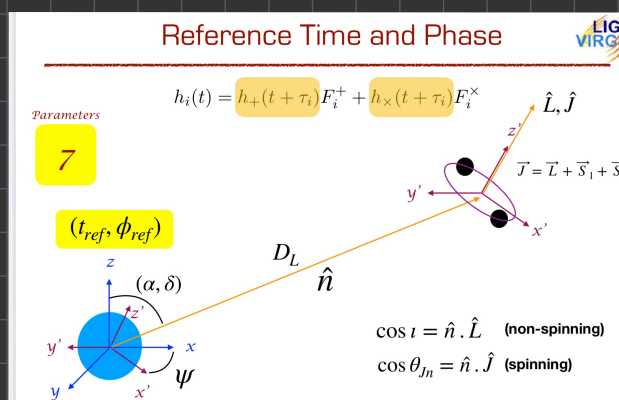
$$\hat{h}(f) \approx \frac{4}{d} \left( \frac{G \mathcal{M} \alpha}{c^3} \right)^{5/3} \left( \frac{\pi f a \omega}{c} \right)^{2/3}$$

On ne mesure jamais très bien  $d$ , mais on peut améliorer la mesure de  $d_{\text{ch}}$

Le  $h(t)$  détecté dans le détecteur est

$$h_i(t) = h_+(t) F_+(\theta, \varphi) + h_{\times}(t) F_{\times}(\theta, \varphi) \quad (\text{approx: } \frac{1}{\lambda_{\text{gw}}} \gg L_{\text{arm}})$$

car le détecteur n'est pas sensiblement égal à toutes les directions du ciel, d'où la multiplication par  $F_i$  qui est l'antenna pattern.



## Antenna pattern

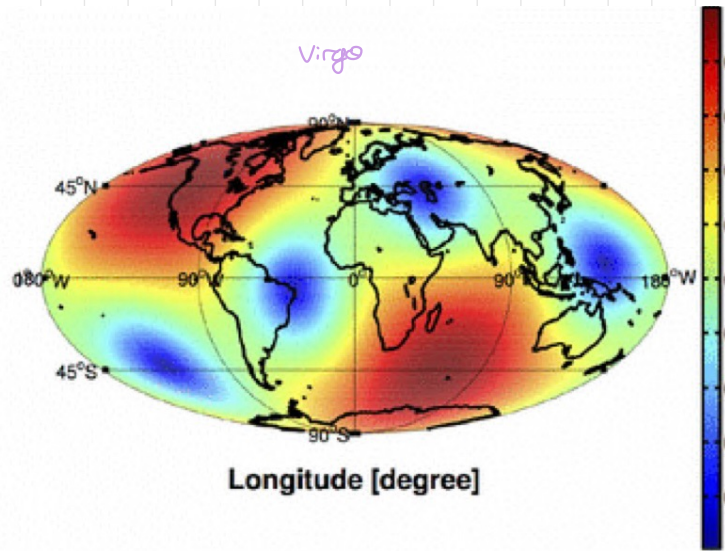
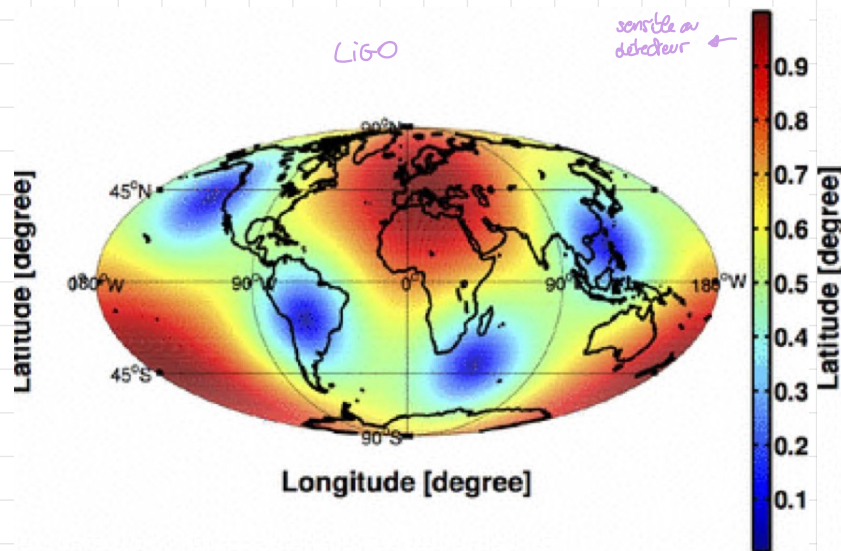
La direction de propagation est donnée par  $\hat{m} = (\theta, \varphi)$ , avec les angles qui encadrent la direction du ciel par les interféromètres à bras  $\perp$ , on a

↳ LIGO, Virgo par ET

$$\begin{cases} F_+ = \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \cos(2\varphi) \\ F_{\times} = \cos \theta \sin(2\varphi) \end{cases}$$

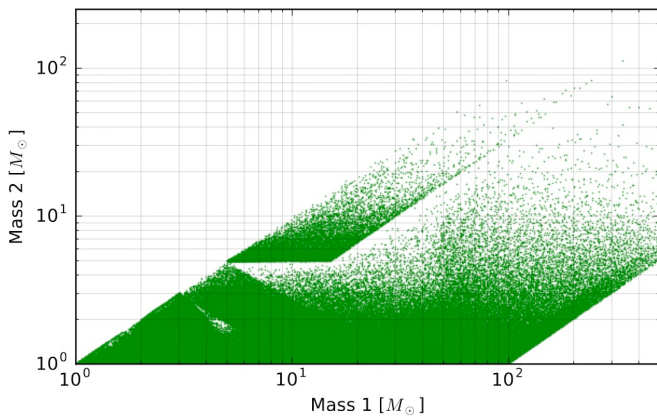
Quand  $\varphi=0$  et  $\theta=0$ , le détecteur est plus sensible (ça pointe vers le haut).

Comme LIGO et Virgo sont situés à des endroits  $\neq$ , il est plus facile de détecter un événement car le signal aura une direction relative différente.



### Template bank

Maintenant que l'on a une idée de ce qu'est la waveform, on peut la comparer avec pleins de signaux possibles pour pouvoir détecter un merger. La template bank est construite pour retrouver  $\sim 97\%$  du signal



On a différentes régions avec une couverture de template inhomogène car on choisit de mettre plus de templates là où le détecteur est plus sensible.

Au total,  $\sim 4 \cdot 10^5$  templates à faire tourner sur l'ensemble des données.  $\rightarrow$  au plus on considère des petites masses, au + on a besoin de templates  $\otimes$

Comme avec les templates on ne tombe pas nécessairement sur le bon  $m_1$  ou  $m_2$ , on devra faire une estimation de paramètre.

$\otimes$  + de templates pour les petites masses car le signal est + long  $\sim 1$  min vs qq sec. pour  $> 10$

### Signal-to-noise ratio et match-filtering

On veut extraire le signal de GW noyé dans le bruit. On sait que l'output du détecteur est

$$S(t) = h(t) + n(t)$$

noise,  $n \gg h$

$h \equiv$  strain

$\downarrow$   
c'est mélange de plusieurs sources

En général, pour un système linéaire,

$$h(t) = \sum_j h_{ij}(t)$$

avec  $\sum_j$  la somme du détecteur

Si le bruit est stationnaire, quand on passe dans Fourier, ses composantes de Fourier ne sont pas corrélées et

$$\langle \tilde{m}^*(f) \cdot \tilde{m}(f') \rangle = \delta(f-f') \frac{1}{2} S_n(f)$$

conversion par auto  $\langle m^2(t) \rangle = \int_0^\infty S_n(f) df$

avec  $S_n(f)$  la densité spectrale du bruit.

Comme le signal est réel,

$$\tilde{m}^*(f) = \tilde{m}(-f) \Rightarrow S_m(f) = S_m(-f)$$

et comme le bruit est en dimension,

$$[S_m] = \text{Hz}^{-1}.$$

De plus,

$$\langle m^2(t) \rangle = \int_0^\infty S_m(f) df$$

En

$$\frac{1}{2} S_m(f) = \int_0^\infty d\tau \cdot \langle m(t)m(t+\tau) \rangle e^{i2\pi f\tau}$$

Souvent, le bruit du détecteur est caractérisé par  $\sqrt{S_n(f)}$  en  $\text{Hz}^{-1/2}$ , on l'appelle la spectral strain sensitivity. On le préfère à  $S_n$  car si le bruit a subi un rescaling par un facteur  $\lambda$ :

$$m(t) \rightarrow \lambda m(t) \Rightarrow S_m \rightarrow \lambda^2 S_m, \text{ d'où } \sqrt{S_m} \rightarrow \lambda \sqrt{S_m}.$$

L'idée du match-filtering est la suivante: si  $T$  est la période durant laquelle on réunit les données, on considère

$$\frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot s(t)h(t) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \underbrace{h^2(t)}_{\substack{>0 \\ \sim h_0^2}} + \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \underbrace{m(t)h(t)}_{\substack{\text{oscillant,} \\ \text{croît comme } \sqrt{T}}}$$

Supposons que l'on connaisse  $h(t)$ , alors

$$\frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot m(t)h(t) \sim \left(\frac{\tau_0}{T}\right)^{1/2} m_0 h_0 \rightarrow 0 \text{ qd } T \rightarrow \infty \text{ (ie on prend beaucoup de données)}$$

avec  $\tau_0$  la durée d'un signal de GW. Ainsi, lorsque la norme d.p. domine quand

$$h_0 > \underbrace{\left(\frac{\tau_0}{T}\right)^{1/2}}_{\sim N \text{ oscillations}} m_0.$$

Quand on va filtrer le signal avec celui de GW, on va retomber sur quelque chose qui ne dépend pas du bruit.

Plus précisément

Pour formaliser tout ça, on construit

$$\hat{s} = \int_{-a}^{+a} dt \cdot s(t)k(t)$$

avec  $k(t)$  la fonction filtre et  $h(t)$  supposé connu.

Pour avoir un rapport signal-bruit maximal, intuitivement, le filtre doit être le signal théorique  $h$

Cherchons mathématiquement ce que vaut  $k(t)$  pour maximiser la SNR. Le SNR est donné par

$$\begin{array}{l} \text{réalisation moyenne} \leftarrow \frac{S}{N} \\ \text{de } \hat{s} \text{ quand le signal} \\ \text{est présent : } \langle \hat{s} \rangle \end{array} \rightarrow \text{RMS de } \hat{s} \text{ quand il n'y a que du bruit}$$

On considère un bruit stationnaire gaussien :  $\langle m(t) \rangle = 0$  et dans l'espace de Fourier, on a

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt \cdot \langle s(t) \rangle K(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt \cdot \langle h(t) \rangle K(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \cdot \tilde{h}(\omega) \tilde{K}^*(\omega) \end{aligned}$$

}  $\langle m(t) \rangle = 0$

D'autre part, on a

$$\begin{aligned} N^2 &= \langle \hat{S}^2(t) \rangle \Big|_{t=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dt dt' \cdot K(t) K(t') \langle m(t) m(t') \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dt dt' \cdot K(t) K(t') \int d\omega \int d\omega' e^{2\pi i(\omega t - \omega' t')} \underbrace{\langle \tilde{m}^*(\omega) \tilde{m}(\omega') \rangle}_{\frac{1}{2} \delta(\omega - \omega') S_m(\omega)} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \cdot \frac{1}{2} S_m(\omega) \cdot |\tilde{K}(\omega)|^2 \end{aligned}$$

tels que

$$\frac{S}{N} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \cdot \tilde{h}(\omega) \tilde{K}^*(\omega)}{\left[ \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \cdot \frac{1}{2} S_m(\omega) \cdot |\tilde{K}(\omega)|^2 \right]^{1/2}}$$

avec  $\frac{1}{2} S_m(\omega) \cdot |\tilde{K}(\omega)|^2 = \tilde{U}(\omega)$

On peut voir ce rapport comme une combinaison de produits scalaires :

$$\langle u | h \rangle = \text{Re} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \cdot \frac{\tilde{U}^* \cdot \tilde{h}}{\frac{1}{2} S_m} \right) \quad \begin{array}{l} \text{besoin de réel car lfo de Fourier} \\ \text{cf Maggiore} \end{array}$$

↳

$$\frac{S}{N} = \frac{\langle u | h \rangle}{\sqrt{\langle u | u \rangle}} \rightarrow \text{norme}$$

et le rapport est maximum si  $u \parallel h$ , i.e. si

$$\tilde{K}(\omega) = c \cdot \frac{\tilde{h}(\omega)}{S_m(\omega)}$$

La constante est arbitraire et ne change pas le Re (SNR).

### Exemple

→ c'est match-filtering

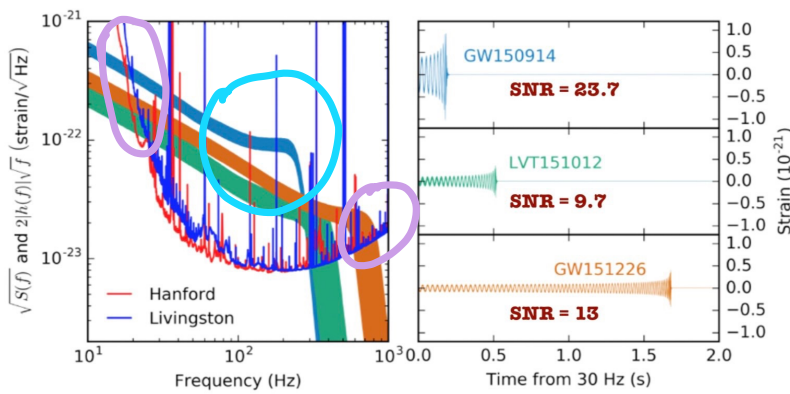
Si  $S_m(\omega)$  est une constante, la meilleure fct de filtre est  $\tilde{h}(\omega) \rightarrow$  on retombe sur l'intuition qu'on avait avant !

On peut donc utiliser comme filtre le signal de CW théorique  $h$  que l'on compare avec celui du détecteur :

$$\left( \frac{S}{N} \right)^2 = 4 \int_0^{\omega} d\omega \cdot \frac{|\tilde{h}(\omega)|^2}{S_m(\omega)} \quad \text{SNR optimal}$$

→ on prend les waveforms de  $h(\omega)$  dans la banque, on les convolue avec le signal observé. Quand le template fit le signal observé, on a le max SNR → template est le signal

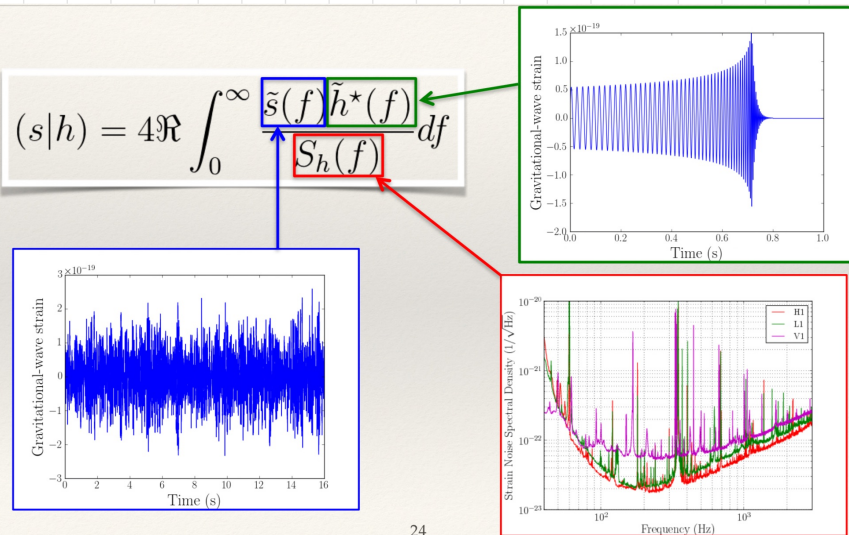
# WAVEFORM COMPARISONS



— : donne un SNR bas

— : donne un grand SNR

La paire merger donne le + grand SNR



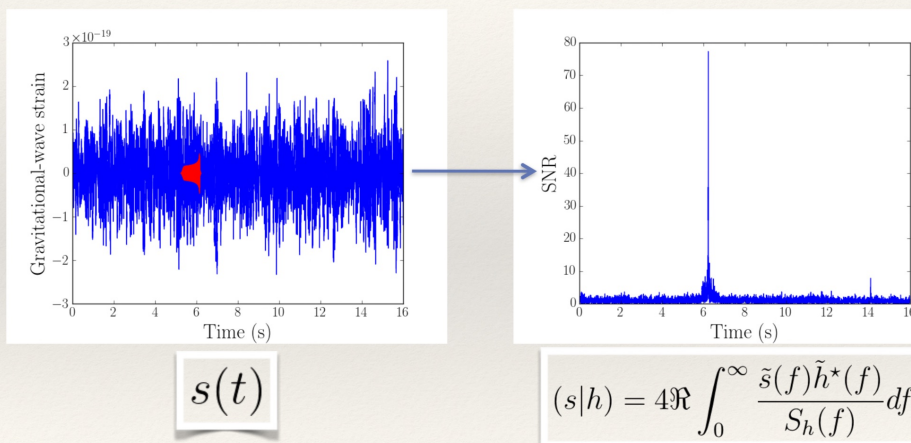
(s|h) donne une autre formulation pour le SNR

$\tilde{s}(f)$  vient dans le détecteur

$S_h(f)$  est la sensibilité du détecteur

$\tilde{h}^*(f)$  est le filtre qui contient le template qui fit le signal

24



● : Le signal est caché dans le bruit

Le pic de droite indique que le template est quasi la même que le signal

Le max SNR  $\Rightarrow$  on a trouvé un potentiel GW event.

Plots and data courtesy of the GW open-science center: <http://www.gw-openscience.org>

Visualisation, Q-scan  $\rightarrow$  les fréq. de Fourier, mais on sonde l'espace des fréq. logarithmiquement

L'idée du Q-scan est de faire des FFT de Fourier du signal que l'on a coupé en petites pièces car la fréquence change avec le temps. L'espace des fréquences est sondé de façon logarithmique  $\rightarrow$  info + pertinente car on peut sonder de la m. à 1000 Hz ou 1 Hz

$\rightarrow$  c'est une Q-transform constante (CQT).

La taille d'un bin de fréquence est

$$\Delta f_k = (2^{-m})^k f_{\min}$$

avec  $m$  le nombre de filtres par octave et  $f_{\min}$  est déterminé par la sensibilité du détecteur

$\downarrow$  par combien de bin on divise une octave

Mathématiquement, on fait comme pour une fct de Fourier, mais avec un filtre qui peut avoir une forme par exemple  $\begin{cases} 1 \\ 0 \text{ ailleurs} \end{cases}$

$$X[k, m] = \sum_{n=0}^{N-1} \underbrace{W(m-n)}_{\text{filtre}} \underbrace{x[n]}_{\text{signal de base}} e^{-2\pi i k m / N} \quad (\text{convolution})$$

et on définit

$$Q = \frac{f_s}{\Delta f_s} \quad (\text{quality factor}) \quad ; \quad N_k = Q \frac{f_{\text{sample}}}{f_s} \quad (k \text{ bins})$$

$f_s$  → fréquence au milieu du bin

on a

$$X[k] = \frac{1}{N[k]} \sum_{m=0}^{N-1} W[k, m] x[m] e^{-2\pi i k m / N[k]}$$



on utilise également cette technique en musique pour reconnaître les notes / instruments.

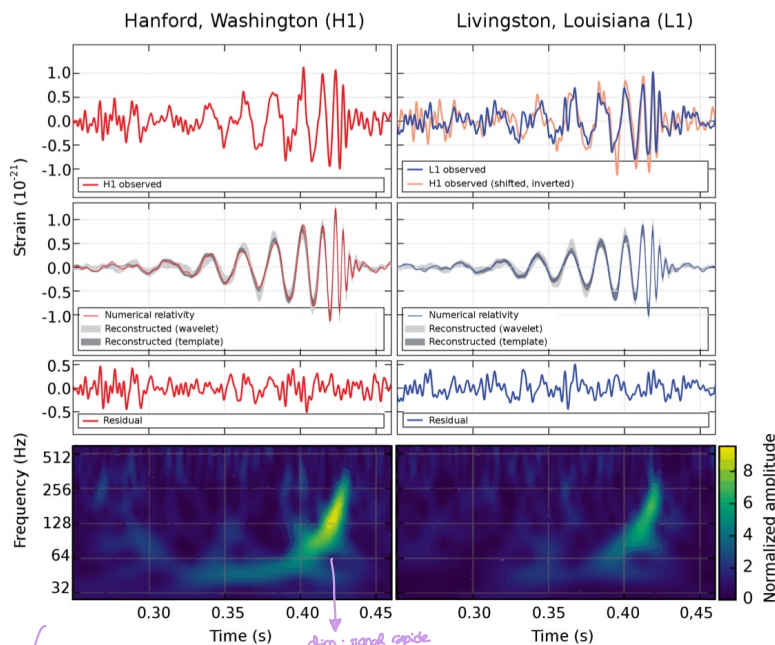
Pour les GWs, on a une fréquence d'échantillonnage qui correspond d'environ 2 fois la fréquence de sensibilité du détecteur :

$$f_{\text{sample}} = 4096 \text{ Hz} = 2 f_{\text{max}} \quad ; \quad f_{\text{min}} \sim 10 \text{ Hz}$$

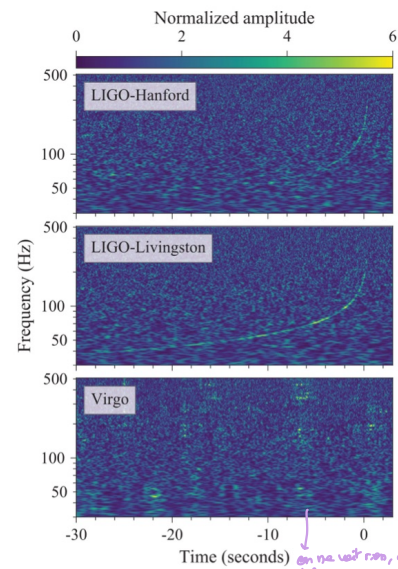
$f_{\text{max}}$  → filtre passe-haut       $f_{\text{min}}$  → filtre passe-bas

GW150914 (durée 77)

GW170817 (durée 11)



Q-scan



on ne voit rien, mais grâce à la SNR et surtout à la corrélation des localisations dans le ciel avec les antennes pattern.

## False alarm rate et ranking statistics

On veut savoir à quel point le signal est statistiquement significatif et le distinguer d'une grande SNR incluse par du bruit.

On distingue plusieurs choses dans le bruit :

- bruit gaussien : la proba de générer un certain  $p$  est gaussienne

$$P(p | h=0) dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-p^2/2} dp$$

$p$  par de GW

avec  $p = \frac{\hat{s}}{N}$  et si  $p_{\text{threshold}}$  est suff. grand, la proba que le signal vienne du bruit est petite

↳ on se met souvent dans cette hypothèse

• bruit non-gaussien : loi de puissance, ...

• glitch : les détecteurs vont générer un gros signal dans le spectrogramme pendant un court temps  
On ne comprend pas encore pourquoi.

Pour enlever les glitches, on étudie leurs formes et on les enlève à la main. Pour le bruit NG, on introduit des veto : on interdit d'utiliser ces données avec beaucoup de bruit. On enlève ceux qui sont non-correlés entre les détecteurs en comparant les SNR → coïncidences

## Bruit gaussien

On peut calculer la proba qu'un grand SNR soit du bruit. Le  $p$  d'un signal qui arrive dans le détecteur est  $p = \text{SNR}$

$$p = \bar{p} + \frac{\tilde{m}}{N} \xrightarrow{\text{RMS du bruit}} P(p|\bar{p}) dp = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(p-\bar{p})^2}{2}} dp$$

↖ signal de GW dans le détecteur

Dans ce cas, la proba de faux alarm est

$$P_{\text{faux alarm}} = 2 \int_{p_{\text{seuil}}}^{\infty} dp e^{-p^2/2}$$

↖ car  $p > 0$  ou  $p < 0$

$$= 2 \operatorname{erfc} \left( \frac{p_{\text{seuil}}}{\sqrt{2}} \right) \rightarrow \text{extrêmement sensible à } p_{\text{seuil}} \text{ (peu générer des fals.)}$$

Le  $p_{\text{seuil}}$  dépend de la durée pendant laquelle on recueille les données, du nombre de templates utilisé par le match-filtering, du nombre de tests

↓  
car on a + de proba d'avoir un event dû au bruit

Si  $p_{\text{seuil}} > 8$ , on est quasi sûr que c'est un event. Si  $p \approx p_{\text{seuil}}$  :  $P_{\text{FA}}$  est mal construit car on ne sait pas si c'est du bruit ou non  
↳ change fort selon le code utilisé

On veut mettre un seuil tq  $P_{\text{FA}}$  soit très faible et on veut être sûr à plus que  $3\sigma$  que ce ne soit pas du bruit. Le seuil dépend du nombre de tests que l'on fait car on augmente la proba d'avoir un bruit dans la procédure de match-filtering.

Si on prend une banque de  $10^5$  templates toutes les 3 ms sur 1 an ( $3 \cdot 10^4$  s), on a  $10^{15}$  essais (∃ des techniques pour éviter de faire  $10^{15}$  et intégrer sinon c'est bcp trop)

Ainsi, si on veut que le nombre de FA events  $< 1$  sur l'ensemble du scan,

$$p_{\text{seuil}} \approx 8.$$

## Coïncidences

Quand on regroupe les signaux dans deux détecteurs,

$$p_{\text{tot}}^2 = p_{L1}^2 + p_{H1}^2$$

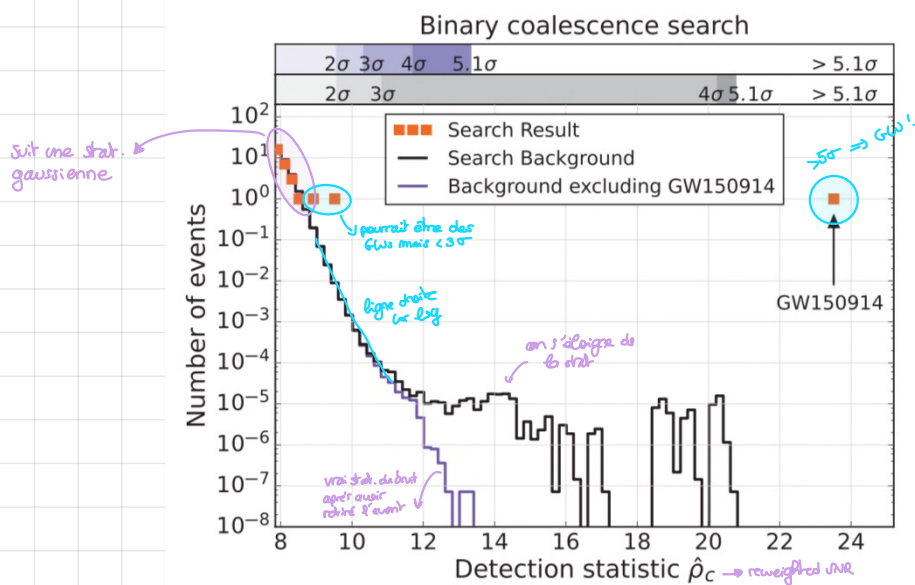
L1 = Livingston  
H1 = Hanford

et si  $p_{L1} = 5$  et  $p_{H1} = 6,4$ , ils ne passent pas le seuil individuellement mais la somme ok.

On introduit alors le FAR (false alarm rate) qui est le temps attendu pour avoir  $N_{\text{FA}} = 1$  (en  $\text{yr}^{-1}$ ) et le seuil correspondant est de  $2 \text{ yr}^{-1}$ . Il est très sensible à  $p$ . La proba totale de FA est

$$\text{FAR} = 1 - e^{-\text{FAR} \cdot T_{\text{obs}}}$$

Exemple : (GW150914)



on mesure # évnt qui ont un  $p_c$  un peu amélioré qui rend la stat. un peu + petit (reweighting)

on peut faire des analyses de bruit avec des injections, d'où le fait que l'on peut être rigoureux.

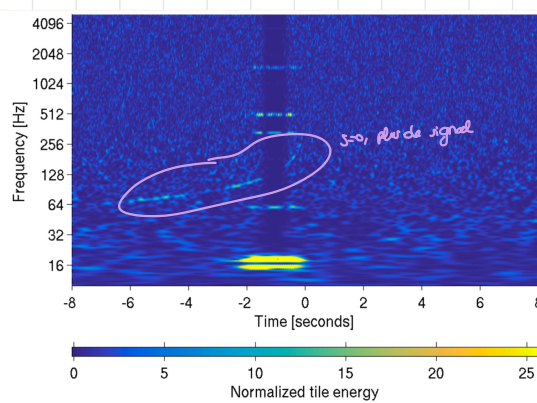
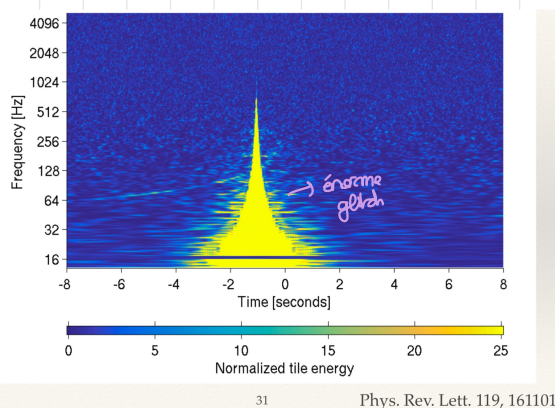
$\rightarrow$  hat est rescale par que l'évnt de GW150914 valse 1

On a

$$\hat{p} = \frac{P}{([1 + (\chi_r^2)^3]/2)^{1/6}} \quad \neq TP$$

avec  $\chi_r$  un indicateur auto-ch. de la constance du signal avec la waveform.

Exemple : (glitch) GW170817 (fusion d'étoiles à neutrons)



$\rightarrow$  après avoir enlevé le glitch

## Estimations de paramètres

Analyses des événements trouvés. on calcule les distributions de proba par des paramètres  $m_1, m_2, \text{spin} \dots$

## Théorème de Bayes

On a

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad \text{et} \quad P(B) = \sum_i P(B|A_i)P(A_i)$$

Si on a des paramètres  $\Theta_i$  et  $\mathcal{D}$  data,

$$P(\Theta_i|\mathcal{D}) = \frac{\mathcal{L}(\mathcal{D}|\Theta_i)P(\Theta_i)}{\int d\Theta \dots d\Theta_n \mathcal{L}(\mathcal{D}|\Theta)P(\Theta)} = \frac{1}{E} \mathcal{L}(\mathcal{D}|\Theta_i)P(\Theta_i)$$

avec  $\mathcal{L}$  la likelihood,  $P$  la distribution prior,  $\mathcal{E}$  l'évidence bayésienne (facteur de normalisation) et  $P(\cdot|D)$  la distribution de proba postérieur.

Le facteur de Bayes va comparer les  $\mathcal{E}$  de références avec ceux du modèle

$$\log(B) = \log\left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{ref}}\right).$$

On a un espace de paramètres de grande dimension ( $> 15$ ). On va donc le sonder de façon intelligente par extraire  $P(\theta|D)$ .  
on prend des priors uniformes pour  $m_1, m_2, s_1, s_2, \dots$ , hypothèses de low ou high spin...

## Likelihood

Pour une réalisation gaussienne et stationnaire de bruit  $m_0$ , on a

$$P(m_0(t)) = P(r - R(\theta_h)) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \int dt \frac{|\tilde{r}_0(f)|^2}{S_m(f)/2}\right) \\ \propto e^{-\frac{1}{2}(m_0|m_0)} \\ \propto e^{-\frac{1}{2}(r-R|r-R)}$$

$\downarrow S = R + m$

et on a

$$\mathcal{L}(s|\theta_h) \propto e^{(R|s) - \frac{1}{2}(R|R) - \frac{1}{2}(s|s)} \\ \propto e^{(R|s) - \frac{1}{2}(R|R)}$$

absolue dans  $\mathcal{L}$

↳

$$\mathcal{L}(s|\theta_h) = \mathcal{N} e^{(R_h|s) - \frac{1}{2}(R_h|R_h)}$$

calculable

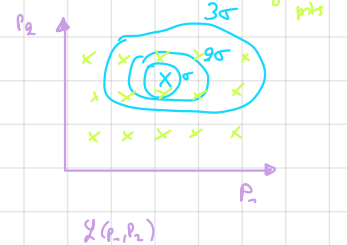
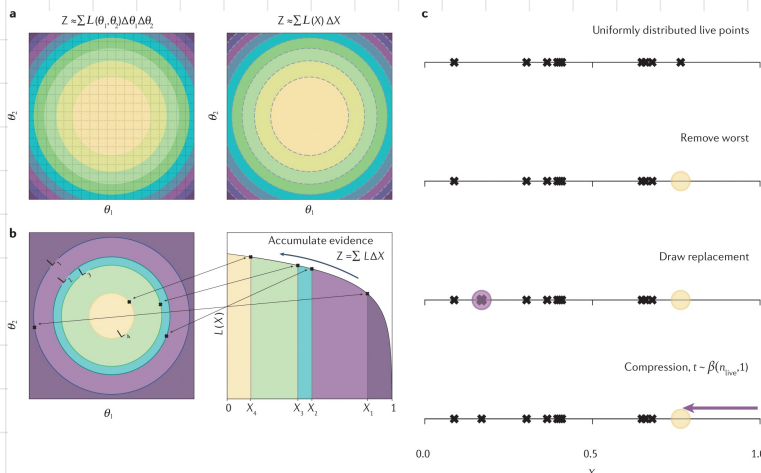
Pour sonder l'espace des paramètres pour avoir les distributions postérieures, on utilise 2 méthodes :

- Monte-Carlo-Markov-chain (MCMC) avec un algorithme de Metropolis-Hastings  $\rightarrow$  reproduire une fct et trouver son max

↳ distance, angle  $\theta$  dans le ciel

- Nested sampling : on retire des points au fur et à mesure par les  $\mathcal{L}$  petites.

on fixe  $\theta_{\text{prior}}$ ,  
on retire les mauvais pour les remplacer par des mieux distribués  
on espère qu'ils soient mieux



on veut sonder de façon intelligente l'espace car sinon, trop de pts.  
on part d'un pt au hasard puis on le compare avec un autre et si l'autre est meilleur, on le garde, avec sa proba associée

## Paramètres à sender

- masse :  $\mathcal{M}_d$ ,  $q = \frac{m_e}{m_n}$
- spin :  $S_1, S_2, \sigma_{LS_1}, \sigma_{LS_2}, \chi_p, \chi_{\text{eff}}$  (effective spin)
- ciel : paramètre de localisation dans le ciel
- distance de luminosité  $D_L$ .

Exemple : (GW190521)

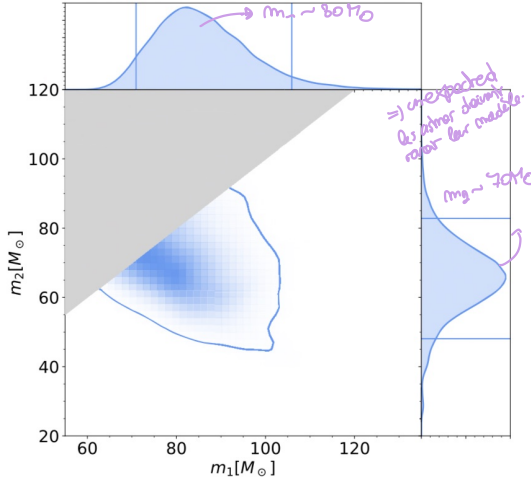


FIG. 2. Posterior distributions for the progenitor masses of GW190521 according to the NRSur7dq4 waveform model. The 90% credible regions are indicated by the solid contour in the joint distribution and by solid vertical and horizontal lines in the marginalized distributions.

TABLE I. Parameters of GW190521 according to the NRSur7dq4 waveform model. We quote median values with 90% credible intervals that include statistical errors.

| Parameter                                                 |                             |
|-----------------------------------------------------------|-----------------------------|
| Primary mass                                              | $85^{+21}_{-14} M_{\odot}$  |
| Secondary mass                                            | $66^{+17}_{-18} M_{\odot}$  |
| Primary spin magnitude                                    | $0.69^{+0.27}_{-0.62}$      |
| Secondary spin magnitude                                  | $0.73^{+0.24}_{-0.64}$      |
| Total mass                                                | $150^{+29}_{-17} M_{\odot}$ |
| Mass ratio ( $m_2/m_1 \leq 1$ )                           | $0.79^{+0.19}_{-0.29}$      |
| Effective inspiral spin parameter ( $\chi_{\text{eff}}$ ) | $0.08^{+0.27}_{-0.36}$      |
| Effective precession spin parameter ( $\chi_p$ )          | $0.68^{+0.25}_{-0.37}$      |
| Luminosity Distance                                       | $5.3^{+2.4}_{-2.6}$ Gpc     |
| Redshift                                                  | $0.82^{+0.28}_{-0.34}$      |
| Final mass                                                | $142^{+28}_{-16} M_{\odot}$ |
| Final spin                                                | $0.72^{+0.09}_{-0.12}$      |
| $P (m_1 < 65 M_{\odot})$                                  | 0.32%                       |
| $\log_{10}$ Bayes factor for orbital precession           | $1.06^{+0.06}_{-0.06}$      |
| $\log_{10}$ Bayes factor for nonzero spins                | $0.92^{+0.06}_{-0.06}$      |
| $\log_{10}$ Bayes factor for higher harmonics             | $-0.38^{+0.06}_{-0.06}$     |

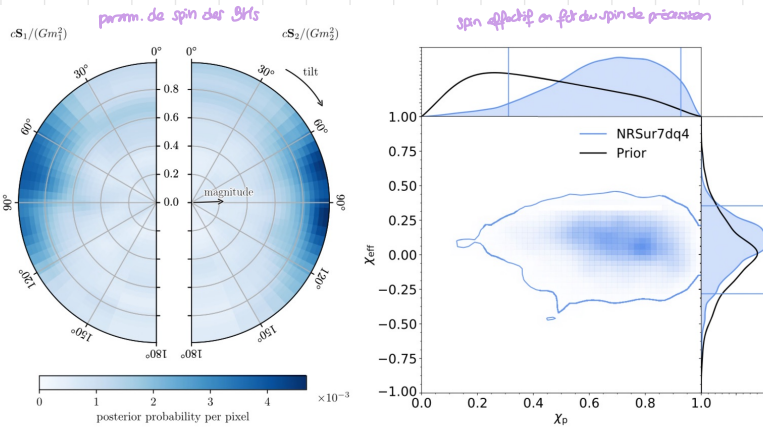


FIG. 3. Left: posterior distribution for the individual spins of GW190521 according to the NRSur7dq4 waveform model. The radial coordinate in the plot denotes the dimensionless spin magnitude, while the angle denotes the spin tilt, defined as the angle between the spin and the orbital angular momentum of the binary at reference frequency of 11 Hz. A tilt of  $0^\circ$  indicates that the spin is aligned with the orbital angular momentum. A nonzero magnitude and a tilt away from  $0^\circ$  and  $180^\circ$  imply a precessing orbital plane. All bins have equal prior probability. Right: posterior distributions for the effective spin and effective in-plane spin parameters. The 90% credible regions are indicated by the solid contour in the joint distribution, and by solid vertical and horizontal lines in the marginalized distributions. The large density for tilts close to  $90^\circ$  leads to large values for  $\chi_p$  and low values for  $\chi_{\text{eff}}$ .

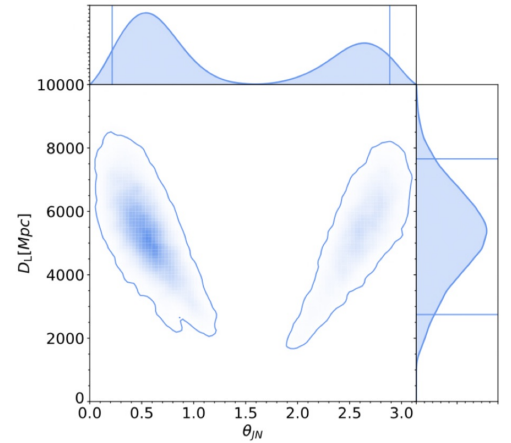


FIG. 4. Posterior distributions for the luminosity distance and the inclination angle of GW190521, according to the NRSur7dq4 waveform model. The inclination angle indicates the angle between the line-of-sight and the total angular momentum of the binary. For nonprecessing binaries, this is equal to the angle between the orbital angular momentum and the line of sight. We find the total angular momentum is likely to be closer to the line

## Analyse de population

### Merger rates

Le merger rate est donné par  $R(m_1, m_2)$  en  $\text{yr}^{-1} \text{Gpc}^{-3}$  et

$$N_{\text{merger}} = R(m_1, m_2) \cdot VT$$

avec des intervalles de confiance  
mesuré,  $\sim$  stat. de Poisson  
survey time  
obtenu avec des injections

VT dépend de  $m_1$  et  $m_2$

### VT estimation (analytique)

Distance de visibilité :

Le signal doit avoir cette forme

$$\tilde{R}(f) = \left(\frac{S}{6}\right)^{-1/2} \frac{1}{2\pi^{1/3}} \cdot \frac{c}{D} \left(\frac{G \cdot M_c}{c^3}\right)^{5/6} \underbrace{f^{-7/6}}_{\text{inspiral}} e^{i\varphi} Q(\theta, \phi, L)$$

avec  $Q = T_r \frac{1 + \cos^2(L)}{2} + i T_x \cos(L)$   $\Rightarrow$  la SNR est donc de la forme  
phase shift

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{5}{6} \frac{1}{\pi^{4/3}} \cdot \frac{c^2}{D^2} \left(\frac{G \cdot M_c}{c^3}\right)^{5/3} |Q|^2 \int_0^{f_{\text{max}}} df \cdot \frac{f^{-7/3}}{S_n}$$

average value

$$\Rightarrow d_{\text{light}} = \frac{5}{6} \left(\frac{S}{N}\right)^{-1/2} \frac{c}{\pi^{4/3}} \left(\frac{G \cdot M_c}{c^3}\right)^{5/6} \left[ \int_0^{f_{\text{max}}} df \cdot \frac{f^{-7/3}}{S_n} \right]^{1/2} \left(\frac{S}{N}\right)^{-1}$$

on peut alors calculer la range du détecteur

$\Rightarrow$  donne BNS distance ou "reach plots"

ou à partir des injections VT  $\rightarrow$  à  $m_1, m_2$   
 $\rightarrow$  dans des bins autour de  $m_1, m_2$  :  $\frac{dR}{dm_1 dm_2} \dots$

Exemple :

Taux d'intervalle après GW150914 :  $R_{90\%} = 2 - 400 \text{ yr}^{-1} \text{Gpc}^{-3} \rightarrow$  intervalle de confiance du taux de fusion à 90%

$\hookrightarrow$  redshift dependence  $\rightarrow$  un peu + compliqué.

pour des BHs massifs, le redshift  $\sim 1$  et l'expansion de l'univers est à prendre en compte

• Analyse de population

• Rate model  $R(m_1, q, z)$  avec des paramètres. Ex : hierarchical, power law + pic, ...

• Spin model

• Contraintes sur les paramètres avec MCMC ou nested sampling.

on peut faire des comparaisons de modèles avec le facteur de Bayes.

Pour ça, on a besoin de la likelihood :

$$\mathcal{L}(\{d\} | \Lambda, N) \propto N^{N_{\text{det}}} e^{-N \mathcal{S}(\Lambda)} \prod_{i=1}^{N_{\text{det}}} \int \mathcal{L}(d_i | \theta) \pi(\theta | \Lambda) d\theta$$

(distrib. de Poisson)  
 # expected events (A.T.)  
 (distrib. prior sur  $\theta$ )  
 évidence bayésienne par un entry de PE  
 car on doit tenir compte que chaque observation a sa propre incertitude  
 prédiction d'événements attendus d'être détectés calculés avec des injections

avec  $N_{\text{det}} = \# \text{ détecteurs}$ ,  $\Lambda$  des hyper-paramètres (rate model...)

La likelihood prend cette forme car elle suit une statistique de Poisson. Le nombre moyen de sources  $\lambda = \# \text{ HT merger} \times \text{probab de détection}$

$N \times \mathcal{S}$

le nombre observé  $k \rightarrow N_{\text{det}}$  et

$$P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

(distrib. de Poisson)

et chaque event pondéré par sa proba. posterior

$$\frac{N_{\text{det}}}{\prod_i} \frac{\int \mathcal{L} \pi d\theta}{\mathcal{S}}$$

⊛ si notre détecteur mesure les masses de manière ultra précise, on peut construire la likelihood by sa reproduction de bon # event observés, alors on a juste la distrib. de Poisson.

En pratique, on a des incertitudes sur les masses, d'où on inclut la  $\int \mathcal{L} \pi d\theta$  → ce qui permet de tenir en compte l'incertitude sur la mesure

↓  
convolution sur les distrib. posterior des param.

# Chapitre 3 : observations d'ondes gravitationnelles

## I. COALESCENCES DE BINAIRES COMPACTES

Première détection d'un BH merger (GW150914)  $\sim 0.2s$

Le spin du BH formé est non-nul. Dans cette détection, plusieurs choses étaient inattendues tj les 3 observations principales :

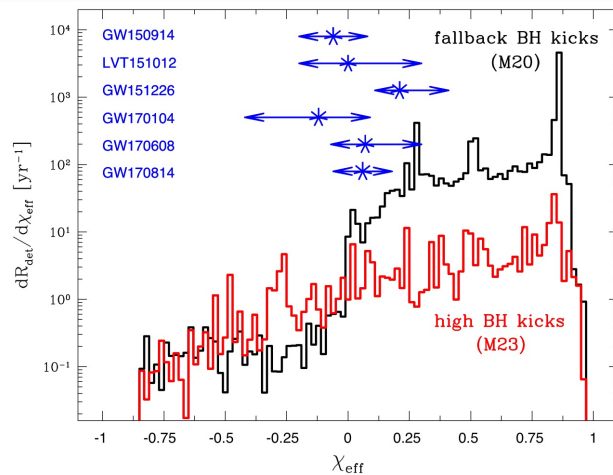
- masse : binaire  $\sim 10 - 15 M_{\odot}$   $\rightarrow$  plus grande que par des EN BHs
- spin : le spin effectif est donné par

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{c}{GM} \left( \frac{\vec{S}_1}{m_1} + \frac{\vec{S}_2}{m_2} \right) \cdot \frac{\vec{L}}{|\vec{L}|} \approx 0 \rightarrow \text{inattendu}$$

On s'intéresse alors au modèle de Gondwe : taux de fusion / an et on regarde la distribution en fait de  $\chi_{\text{eff}}$ .

Les deux modèles typiques prédisent une distribution avec un pic vers  $-1 \Rightarrow$  spin très élevé des deux BHs et

spins alignés car  $\cos \theta = 1$



$\rightarrow$  les deux distri. sont relativement plates et ont tendance à dévaloriser les spins anti-alignés ( $< 0$ )

C'est donc surprenant d'avoir un spin  $= 0$ . Le fait que ce soit aligné sur 0 suggère que les 2 spins des BHs soient petits, ou anti-alignés

par possible via simulations et données

- Taux de fusion : VT (volume-time sensitivity) et le # avant est

$$N_{\text{av}} = VT \cdot R$$

avec R le rate (taux de fusion).

$\rightarrow$  le taux de fusion obtenu était plus élevé que ce qu'on avait par des modèles qui peuvent expliquer les masses.

$\rightarrow$  peut-être un autre mécanisme ?

étoiles avec environnement à faible métallicité

gros BH avec un environnement dense

(amas globulaires, AGN...)

$> \chi_{\text{spin non-aligné}} \Rightarrow \chi_{\text{eff}} \neq 0$

PBH : cluster  $\Rightarrow$  all BH

binaires  $\Rightarrow$  1% BH

taux de fusion etc, mais c'est limité

Canal dynamique : fusion dans des clusters

Entre 55 et 130  $M_{\odot}$  : BH ne peuvent pas être générés à cause de la pair instability  $\rightarrow$  FAUX

Grain a trouvé un BH de 33  $M_{\odot}$ , alors que l'on pensait  $M_{BH} < 20 M_{\odot}$

Première détection d'une coalescence de BNS (GW170817)

$\rightarrow$  détecté 1 ou 2 jours après l'allumage de Virgo.

La détection a eu lieu dans 3 détecteurs. Les masses sont celles attendues par deux étoiles à neutron, et le spin doit être petit  $\Rightarrow$  grande dégénérescence entre  $m_1$  et  $m_2$ . Le taux de fusion est

$$R \approx 1540 \text{ yr}^{-1} \text{ Gpc}^{-3}$$

La masse est suffisamment localisée que pour avoir des contreparties électromagnétiques. De plus,

$$f_{\text{ISCO}} \sim \frac{4400}{m_1 + m_2} \sim 2 \text{ kHz} \rightarrow \text{détecteur moins sensible, la fusion a eu lieu plus près} \rightarrow \text{taux de fusion plus grand}$$

Ce n'est donc pas étonnant d'avoir un taux de fusion  $>$  BH. Le signal est plus long car les 2 étoiles font beaucoup de cycles dans la zone de sensibilité du détecteur. 1,7s après, on a un signal de Fermi de  $\gamma$ -ray bursts que l'on peut associer au taux d'étoiles à neutron.

$\rightarrow$  donne naissance à l'astronomie multimessagère.

Avantages de GW170817

Tests de la gravité

Grâce à la contrepartie EM, on peut comparer les signaux EM avec les GW, comme ils viennent du même événement :

- vitesse des ondes grav : la détection simultanée de GW et  $\gamma$ -ray (onde EM) permet de vérifier que les GW voyagent à  $v=c$ .  
 $\rightarrow$  temps d'arrivée des signaux cohérents avec les prédictions
- violations de Lorentz : meilleures contraintes
- contrainte le principe d'équivalence à partir du Shapiro time delay : masses gravitationnelle et inertielle sont les mêmes
- modèles de gravité modifiée : plein de classes de modèles exclus.  
 $\rightarrow$  le fait que les 2 soient arrivés presque en même temps suggère qu'elles ont subi la même courbure d'espace-temps
- beaucoup de cycles dans les waveforms qui contraignent mieux la GR.

Mesure du taux d'expansion de Hubble - Lemaitre - l'anne standard

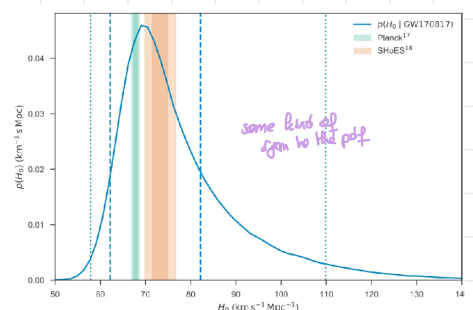
Il s'agit d'une mesure indep. de  $H_0$  via la méthode de l'anne standard :

- Détection de la GW fournit une mesure de  $D_L$  de la source
- la contre-partie EM permet de préciser la localisation dans le ciel

$\rightarrow$  l'identification de l'hôte galaxie

- On trouve alors le redshift  $z$

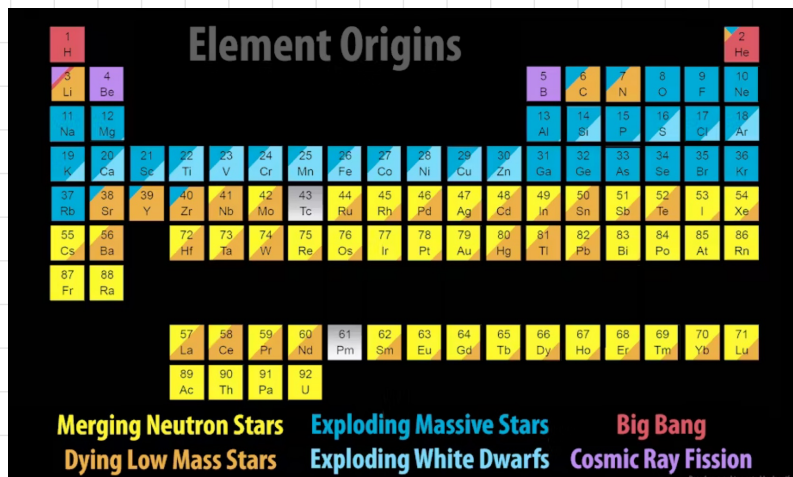
$\rightarrow$  pic entre Planck et SH0ES



$$D_L = \frac{1}{a} \int da \cdot \frac{c}{a^2 \cdot H(a)} = (1+z) \chi_{\text{com.}}$$

Le on n'a pas spécialement besoin du  $D_L$ , on peut faire ça avec les fusion de BH.

Origine des éléments comme or et platine ( $10 M_{\text{Terre}}$  crée en une fraction d'heure)

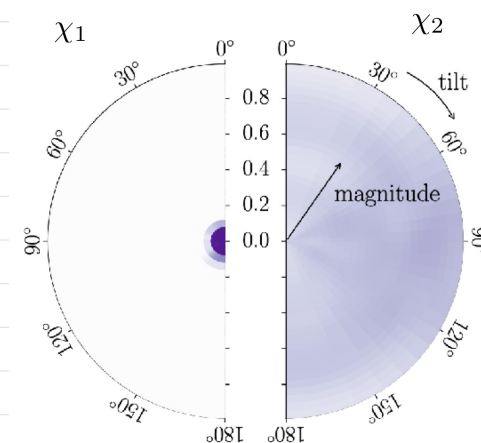
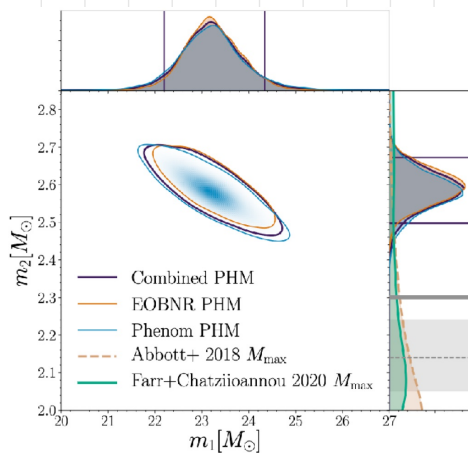


### Merger asymétrique - GW190814

On considère un objet asymétrique de masse  $2,6 M_{\odot}$ , ce qui est bizarre car en général, pas de NS au-delà de  $2,5 M_{\odot}$  et on n'a pas de BH non plus. De plus, les taux de fusion ne sont pas petits, c'est aussi inattendu.

Grâce à cet évènement, on a pu mesurer le spin du BH le plus massif et

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{\tilde{\chi}_1 + q \tilde{\chi}_2}{1+q} \hat{\tilde{L}} \Rightarrow \chi_{\text{eff}} \sim \chi_1 \text{ quand } q \text{ est petit} \quad q = \frac{m_2}{m_1}$$



→ on voit que le spin  $\sim 0$

Le on ne s'attend pas à ce que le spin soit si petit

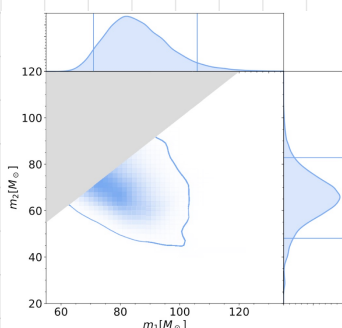
⇒ à cause de ça, on a souvent retiré les évènements des simulations pour éviter mal les analyses

### BH dans le pair-instability mass gap (GW190521)

Il y a au moins un BH dans le pair-instability mass gap ( $> 50 M_{\odot}$ ). D'origine d'étoile à faible métallicité est exclue. *velocity kick pb: la vitesse du BH formé est plus grande que ça*

Le est-ce que ça vient d'une fusion secondaire, mais pourquoi les 9 objets seraient dû à des mergers secondaires? Normalement, le BH des mergers doit être éjecté de l'amas globulaire

par le seul évènement de ce type.



## Candidat BH de substar-mass (SSM200308)

Pour prouver l'existence de PBHs, on doit trouver un SSM BH. 5 candidats ont été identifiés dans 2 détecteurs LVC, Ils passent les seuils classiques de détection :  $SNR > 8$  et  $FAR < 2$ .

SSM200308

$m_1 = 0,48 M_\odot \rightarrow$  étoile à neutron très petite ?

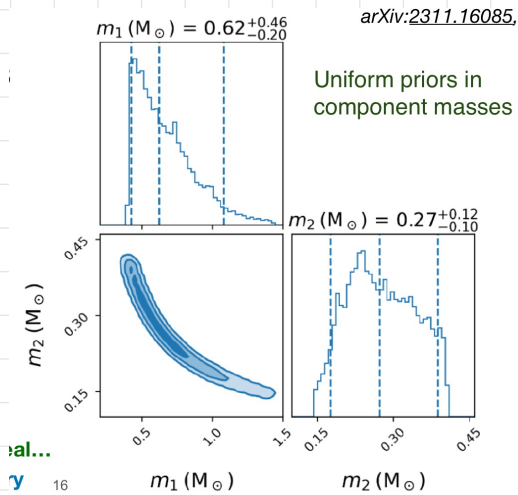
$$P(m_1 < m_0) = 99\%$$

$m_2 = 0,93 M_\odot \rightarrow$  sûr que c'est un SSM BH, PBH ?

$$P(m_2 < m_0) = 100\%$$

FAR : 6% de chance de FA = (0,065)

> à SSM200308, au moins une composante SSM est garantie, si le signal est réel.



## Catalogue GWTC3

Contient ~100 détections de BH

Binary neutron star range : quand on augmente d'un facteur 2 la range, on augmente de  $2^3$  le # events car sphère

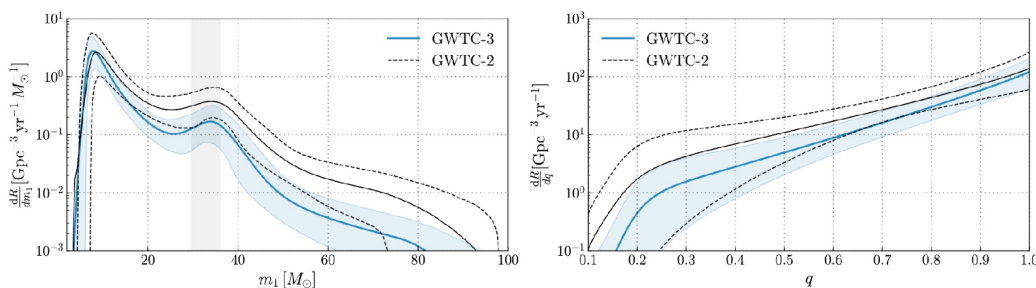
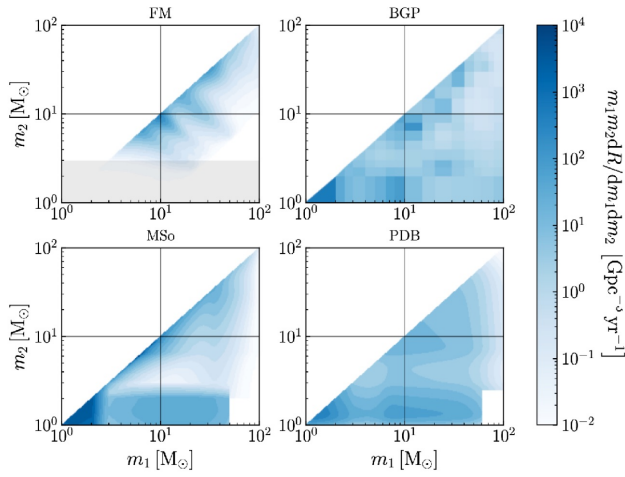


FIG. 10. The astrophysical BBH primary mass (left) and mass ratio (right) distributions for the fiducial PP model, showing the differential merger rate as a function of primary mass or mass ratio. The solid blue curve shows the posterior population distribution (PPD) with the shaded region showing the 90% credible interval. The black solid and dashed lines show the PPD and 90% credible interval from analyzing GWTC-2 as reported in [11]. The vertical gray band in the primary mass plot shows 90% credible intervals on the location of the mean of the Gaussian peak for the fiducial model.

power law + pic gaussian à  $30 M_\odot$   
car la plupart est à  $30 M_\odot$

Le marche se mieux

Cependant, le modèle en power law + peak ne représentent pas les événements pour O3.14



| Model                  | GWTC-2<br>$\log_{10} \mathcal{B}$ | GWTC-3<br>$\log_{10} \mathcal{B}$ |
|------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| POWER LAW + PEAK       | 0.0                               | 0.0                               |
| BROKEN POWERLAW + PEAK | -0.11                             | -0.46                             |
| MULTI PEAK             | -0.3                              | -0.22                             |
| BROKEN POWERLAW        | -0.92                             | -2.0                              |

TABLE XV. Bayes factors for each of the previously used phenomenological mass models relative to the model with highest marginal likelihood, POWER LAW + PEAK. The previous results from GWTC-2 are shown in the second column with the updated catalog results in the third column.

## Redshift distribution

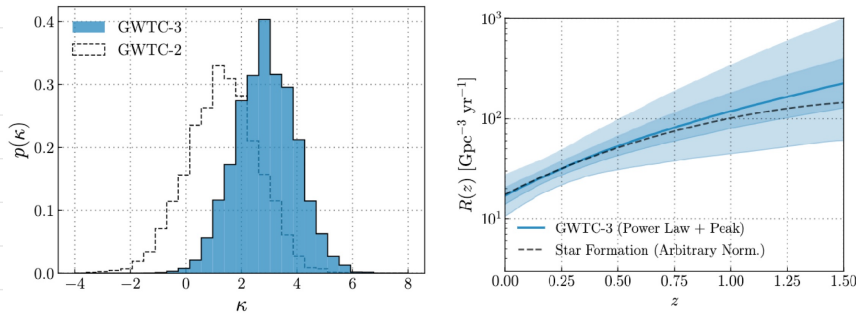
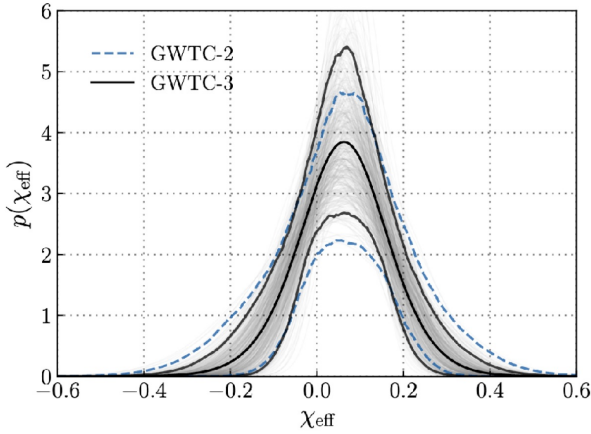


FIG. 13. Constraints on the evolution of the BBH merger rate with redshift. *Top*: Posterior on the power-law index  $\kappa$  governing the BBH rate evolution, which is presumed to take the form  $\mathcal{R}(z) \propto (1+z)^\kappa$ . The blue histogram shows our latest constraints using GWTC-3 ( $\kappa = 2.9^{+1.2}_{-1.2}$ ), while the dashed distribution shows our previous constraints under GWTC-2. *Bottom*: Central 50% (dark blue) and 90% (light blue) credible bounds on the BBH merger rate  $\mathcal{R}(z)$ . The dashed line, for reference, is proportional to the rate of cosmic star formation [158]; we infer that  $\mathcal{R}(z)$  remains consistent with evolution tracing star formation.

## Effective spin distribution

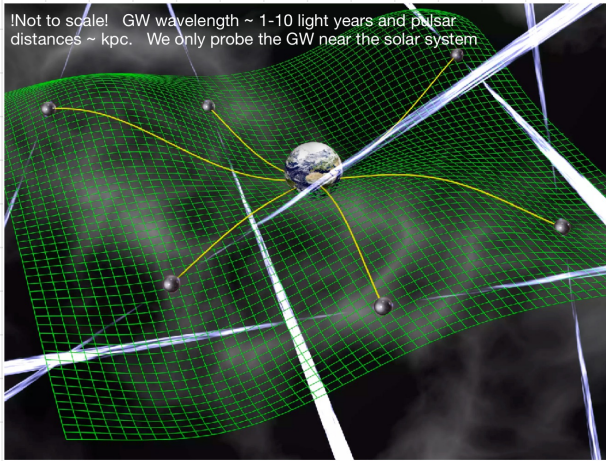


La distri. des spins est proche de 0. Avoir des spins proches de 0 est bizarre pour le channel dynamique plus facilement asymétrique  $\Rightarrow \chi_{\text{eff}} > 0$  favorisé

↓  
favorisé par les évènements de mass-gap  
défavorisé ici.

## II. PULSAR TIMING ARRAYS

### Méthodes et courbes de Hellings-Jains



On prend un réseau et on veut faire des corrélations entre les pulsars.

ordre des distances : kpc

Fréquences liées au temps d'observation :  $\sim 10 - 90$  yr.

La fréquence des GWs est associée à ce temps de survey (1-10 light yr)  
↳ on s'intéresse à la GW relativement proche du système solaire.

Les réseaux de pulsars sont dans la 10-20-aine de pulsar, jusqu'à une vingtaine d'années.

Des effets qui peuvent réduire le signal vont le masquer des planètes → il faut être prudent lors de l'analyse.

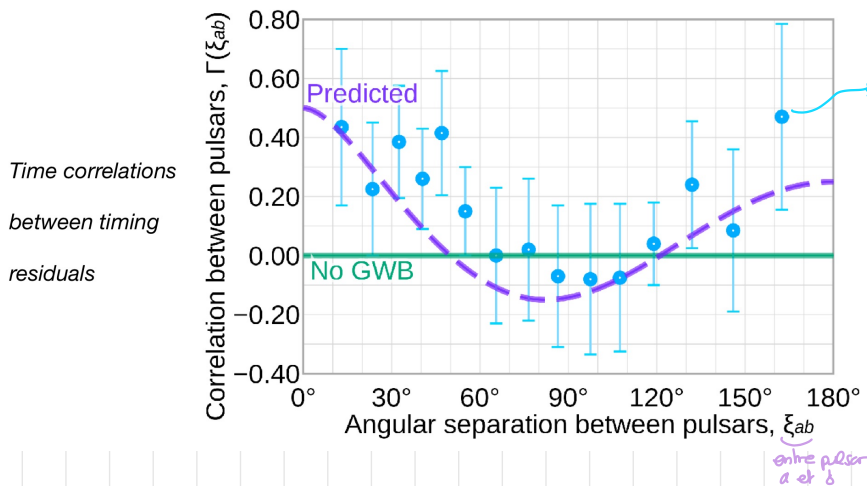
On cherche des corrélations avec les GWs. Pour ce faire, on utilise les courbes de Hellings-Jains : forme de vague prédite par la GR pour apparaître dans un plot des corrélations résiduelles temporelles en fait de l'angle de séparation entre les paires de pulsars.

### Collaborations, observations, interprétations

On utilise des radio-télescopes. Avant 2009, on avait seulement des limites sur les fréquences  $\sim 10^{-8}$  Hz.

En 2020, grâce à des données de NANOGrav, on a des preuves solides que ce soit un processus stochastique en loi de puissance avec une amplitude de déformation (strain) et un indice spectral communs, mais pas de preuve stat. pour des corrélations Hellings-Jains. En 2023, toutes les collaborations annonçant une forte preuve ( $\sim 3\sigma$ ) par un signal de GW, incluant des corrélations de H-J.

La source de cette GW n'est pas encore identifiée, mais beaucoup de chance que ce soit des supermassives BH. Cependant, les prédictions les + simples d'indice spectral sont faiblement compatibles avec les données → on doit inclure les effets environnementaux pour mieux fit le signal.



On regarde le time-shift dans l'arrivée des signaux et on voit une différence entre les temps d'arrivée des pulsars et de ce qui est attendu.

Amplitude du signal exprimée en termes de  $\Omega_{GW}$  (= densité)  $\rightarrow$  background de GW / signal PTA

J. Ellis et al. <https://arxiv.org/abs/2308.08541>

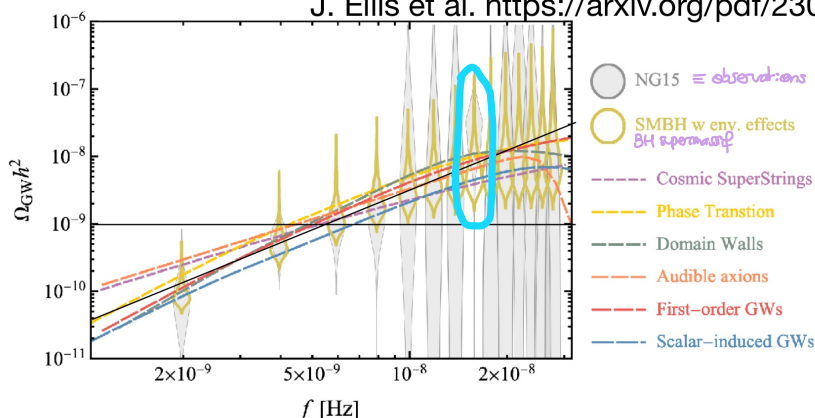


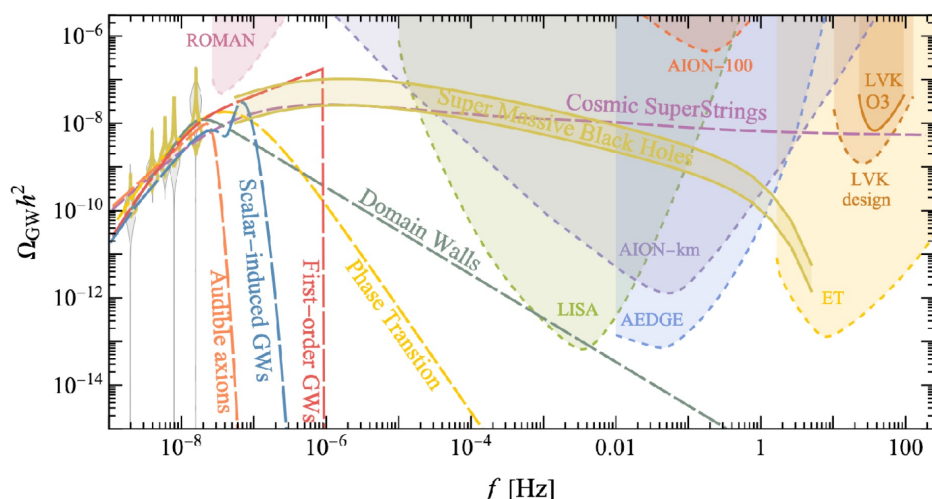
FIG. 16. Comparison of the best fits to the NG15 data for SMBH binaries with environmental effects and in the indicated BSM cosmological models.

Les observations sont étranges car on a pas tout à fait ce qu'on attend. Il y a au moins une ligne où ça a l'air d'être shifté vers le haut, comme s'il y avait des fluctuations inhérentes entre les lignes.

Le signal est déformé si on ne tient pas compte des effets environnementaux.

Le scalar-induced GW est celui qui fit le mieux, le reste, c'est baf.

Types de GWs qui peuvent être sondés par des types de détecteurs



ET = Einstein Telescope

Principes de détection (fond d'onde stochastique)

On n'a plus à faire à un merger, mais à un fond de GW. Il y a pleins de fusion qui vont en dessous du seuil du signal mais qui vont induire un bruit corrélé. On ne peut pas les détecter individuellement, mais on peut le faire via l'amplitude du fond de GW du détecteur.

On peut donc les détecter en étudiant les corrélations temporelles entre les détecteurs 1 et 2 sur une longue période de temps (survey time)

$$\begin{cases} d_1(t) = h_1(t) + n_1(t) \\ d_2(t) = h_2(t) + n_2(t) \end{cases}$$

et si les bruits ne sont pas corrélés (ex: train privé du détecteur non-corrélé) (+ sensible si on se n'est pas corrélé)

$$x(f) = \tilde{d}_1(f) \tilde{d}_2^*(f) \Rightarrow \langle x(f) \rangle = \langle \tilde{h}_1(f) \tilde{h}_2^*(f) \rangle = \frac{1}{12} \Gamma_{12}(f) S_R(f) \rightarrow \text{dépend de GW et du temps pour lequel on effectue la mesure.}$$

augmente avec une durée totale T et dépend de la fct d'overlap des détecteurs  $\Gamma_{12}$ . Je pense,

$$\langle \tilde{m}_1(f) \tilde{m}_2^*(f) \rangle = \frac{1}{2} P_{m_1}(f) \delta(f-f').$$

on peut alors essayer de définir un SNR

$$\rho = \sqrt{T} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \cdot \frac{P_{\dot{h}}^2(\phi) S_{\dot{h}}^2(\phi)}{P_{\dot{h}_1}(\phi) P_{\dot{h}_2}(\phi)} \right]^{1/2}$$

et grâce à ça, on peut mettre une limite sur les GW à une certaine fréquence  $f$ .

On mesure cela en terme de la densité relative des GW car on peut voir une GW comme une certaine densité d'énergie

$$\rho_{GW} = \frac{\langle \dot{h}_{ij}(\vec{x}, t) \dot{h}_{ij}(\vec{x}, t) \rangle}{32\pi G}$$

→ qd h passe en Fourier, le  $\dot{h}$  sort de  $e^{2\pi i f t}$  quand on dérive, d'où le  $f^2 h_c^2(f)$  d'après

On passe alors dans Fourier pour regarder

$$\Omega_{GW} = \frac{1}{\rho_c} \cdot \frac{d\rho_{GW}}{d\log(f)}$$

↳

$$\rho_{GW} = \int_0^{\infty} \frac{\pi}{4} \frac{c^3}{G} f^3 h_c^2(f) \frac{df}{f}$$

$\frac{4\pi^2}{32\pi}$  et  $\frac{\pi}{4}$  car 2 polarisations de GW

$$\Rightarrow \Omega_{GW} = \frac{1}{\rho_c} \cdot \frac{\pi}{4G} f^3 h_c^2(f)$$

Par exemple, pour l'éffondrement de binaires en orbite circulaire (CBC), la somme d'énergie perdue par chaque source est

$$\frac{dE_{GW}}{df_r} = \frac{\pi^{2/3}}{3G} (GM_c)^{5/3} f_r^{-1/3}$$

chirp mass

$$\frac{d\rho_{GW}}{d\log f} = \frac{1}{c^2} \int_0^{\infty} N(z) \frac{1}{1+z} f_r \frac{dE_{GW}}{df_r} dz,$$

The number density of GW events  $N(z)$  within the redshift interval  $[z, z+dz]$  is related to the merging rate  $\tau_{\text{merg}}(z)$  through [30]

$$N(z) = \frac{\tau_{\text{merg}}(z)}{H(z)(1+z)}$$

→ taux de fusion

integrated over CBC masses

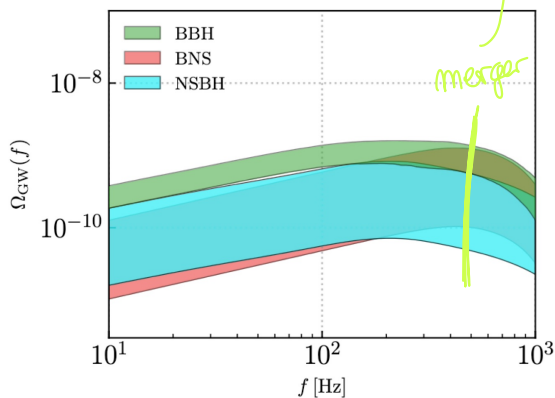
on intègre sur tous les redshifts par sender l'univers

# sources

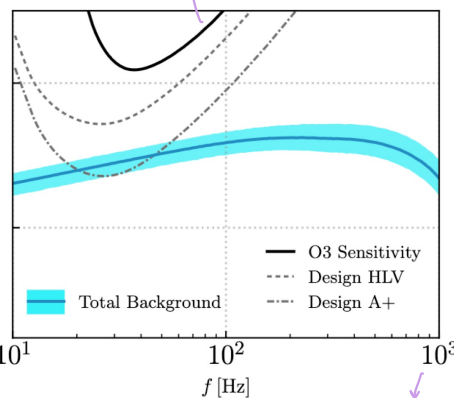
la fréquence des ondes est aussi redshiftée

$m_1$  et  $m_2$  car taux de fusion  $f$ .

Limites LIGO/Virgo/Kagra



moins de population contribue au fond stochastique



BBH : binaire de BH

↳ connu un peu + précisément dans bande + étroite

BNS : les taux de fusion sur les NS ne sont connus que dans une certaine fourchette

NSBH : taux de fusion pas très connus non plus.

La coupure est moins prononcée pour le rouge que pour le vert. → dû aux masses

Le total BC est stochastique et donne une meilleure sensibilité pour des fréquences + basses

O3 : actuel ; HLV ≡ O5 ; A+ : s'en améliore encore virgo

## Chapitre 4 : Sources cosmologiques

### I. MOTIVATIONS ET RELATIONS GÉNÉRALES

#### Motivations

- Les GW sont un moyen génial de sonder l'univers primordial car il devient opaque au-dessus d'un redshift de 1100. L'univers est transparent aux GW.
- De la nouvelle physique est attendue dans l'univers primordial : (pré)-inflation, (p) reheating, transitions de phase, défauts topologiques (SS), baryogenèse, dark matter

→ on s'attend à de nouvelles choses pour les avoir

Les sources possibles de GW

(corde cosmique : on brise une symétrie  $U(1) \rightarrow 0$  d'un endroit, la symétrie doit être restaurée et on a + de densité d'énergie  $\equiv$  corde cosmique)

#### Relations générales

- Equation de Friedmann - Lemaitre (hypothèse homogène et isotrope) durant l'ère de radiation

$$H^2 = \frac{8\pi G}{c^4} \rho_r = \frac{8\pi G}{c^4} \cdot \frac{\pi^2}{30} g_*(T) \cdot T^4$$

- Horizon de Hubble  $\sim$  Horizon de particules : distance comobile maximum voyagée par une particule

$$\chi_{pe} = \int_{t_i}^t c \frac{dt'}{a} = \frac{c}{a(t)H(t)} \quad \begin{array}{l} \text{c. est si petit} \\ \text{et par conséquent} \end{array} \quad \text{a: négligeable}$$

$$\chi_H = \frac{c}{aH} = c \frac{1}{H} ; [H] = s^{-1}$$

- Densité / fréquence de GW associée à un phénomène d'horizon-site

$$\Omega_{GW} h^2 = \left[ \frac{a(T)}{a_0} \right]^4 \left[ \frac{H(T)}{H_0/18} \right]^2 \Omega_{GW}(T)$$

$$f_H(T) = \frac{a(T)}{a_0} \cdot \frac{H(T)}{2\pi}$$

### II. INFLATION ET PRE-HEATING

- Champ scalaire avec un potentiel plat (slow roll inflation)
- Fluctuations du tenseur métrique  $\Rightarrow$  GW primordial à toutes les fréquences

Les GW peuvent induire un B-mode : type de polarisation de la lumière qui vient du CMB  $\rightarrow$  donne accès à l'échelle d'énergie de l'inflation

- Pre-heating après l'inflation  $\Rightarrow$  résonance paramétrique qui source les GW

### III. TRous NOIRS PRIMORDIAUX

→ si les fluctuations scalaires de densité excèdent un seuil et s'effondrent et forment un PBH

Les fluctuations du CMB sont d'ordre  $1/100\,000$  et ne peuvent pas engendrer de PBH

→ exponentiellement sensible à l'amplitude du spectre

Double fine-tuning et problème de coïncidence

Par des perturbations gaussiennes, la densité d'un PBH dépend exponentiellement de  $S_{cr}$  (threshold)

Il y a un pic de PBH quand les neutrons et protons deviennent NR

GW à partir des PBHs

- fusion de binaires primordiales
- PBH evaporation (Hawking radiation)
- scalar induced GW
- fusion de binaire dans des clusters
- PBH formation

On a une contrainte sur sa fraction de DM en fait de la masse du PBH

### IV. SCALAR INDUCED GWs (possible origine de PBH)

→ GW générés par des perturbations scalaires de l'univers primordial (ex: inflation)

Durant l'inflation cosmique, les fluctuations quantiques dans le champ de l'inflation crée des perturbations (tenseur perturb  $\equiv$  GW)

Les perturbations du tenseur primaire crée des GW. Les perturbations scalaires peuvent induire des GW à travers un effet de 2<sup>nd</sup> ordre

↳ crée indirectement des GW : leur interaction avec la métrique des perturbations source des GWs. → LISA, E.T.

### V. TRANSITION DE PHASE DU PREMIER ORDRE

Création de GW via des turbulences, collision de bulle → échelle de l'ordre de l'horizon de Hubble

### VI. EFFETS TOPOLOGIQUES

↳ cosmic strings : font des petites boucles quand elles se croisent et rétrécissent en émettant une GW

↳ domain wall : peuvent s'effondrer pour former des PBHs en émettant des GWs.