

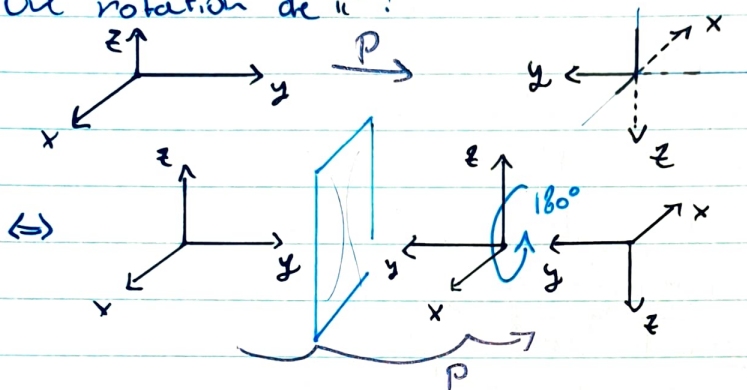
8

SYMETRIES DISCRÈTES

BRISURE DE P, C, T et CP

8.1 Définitions

P → Intuitivement, la parité est la transformation où on inverse toutes les coordonnées. Cela revient à effectuer une réflexion puis une rotation de π :



↳ L'invariance sous parité d'un processus est le fait que $P(\text{état initial})$ donne $P(\text{état final})$

T → Le renversement du temps est la transformation à on inverse la coordonnée temporelle.

Par exemple, ceci renverse l'impulsion et le spin, donc $\vec{B}$, mais pas $\vec{E}$

↳ L'invariance sous renversement du temps : on applique $T(\text{état final}) \rightarrow \text{état initial}$

C → La conjugaison de charge revient à remplacer toutes les particules par leur anti-particules en conservant leur spin et impulsion

↳ L'invariance sous conjugaison de charge d'un processus est le fait que $C(\text{état initial})$ donne $C(\text{état final})$

$$\rightarrow P(x, y, z) = (x, -y, -z)$$

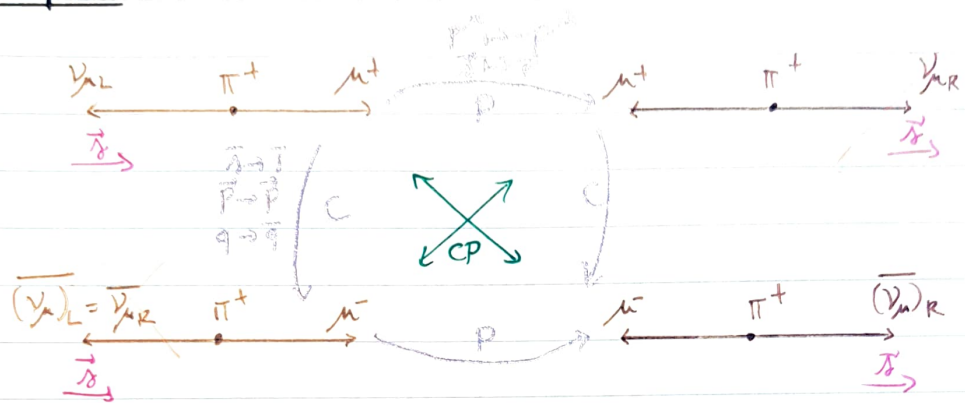
$$\rightarrow T(t) = (-t)$$

$$\rightarrow C(q) = (\bar{q})$$

→ En résumé :

	P	T	C
x^μ	x^μ	$-x^\mu$	x^μ
∂_μ	∂_μ	$-\partial_\mu$	∂_μ
p^μ	p^μ	p^μ	p^μ
A^μ	A^μ	A^μ	$-A^\mu$
$F^{\mu\nu}$	$F^{\mu\nu}$	$-F^{\mu\nu}$	$-F^{\mu\nu}$
$M^{\mu\nu}$	$M^{\mu\nu}$	$-M^{\mu\nu}$	$M^{\mu\nu}$
$\vec{A}$	$\vec{A}$	$-\vec{A}$	$\vec{A}$

② Exemple :



En effet, $\bar{\nu}_L = (P_L \nu)^+ \gamma^0 = \nu^\dagger P_L \gamma^0 = \nu^\dagger \gamma^0 P_R = \bar{\nu}_R P_R$

→ Experimentalement, on a $\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_L) = 0 = \Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_L)$ puisqu'on observe pas de ν_R . Ainsi, C et P ne sont pas conservés !
puisque $C(\Gamma) \neq \Gamma$ et $P(\Gamma) \neq \Gamma$

→ L'antiparticule naturelle d'une particule est sa CP-conjuguée.
En effet, l'hermiticité et l'invariance de Lorentz du Lagrangien font que les termes sont du type $\bar{\Psi} \dots \Psi$. Ainsi, si $\Psi = \nu_L$, alors
 $\bar{\Psi} = (\bar{\nu}_L) = (P_L \nu)^\dagger \gamma^0 = \nu^\dagger \gamma^0 P_R = (\bar{\nu})_R$
où $(\bar{\nu})_R$ est le CP-conjugué de ν_L

↳ La transformation CP est donc la plus importante de C et P.

→ Une théorie sans C et P-conjugué est possible, mais l'invariance de Lorentz et l'hermiticité impose la présence de CP-conjugués.

8.2 Transformation des spineurs sous C, P, T.

→ On aimerait définir les partenaires P et C d'un spineur.

$$P|f\rangle \equiv |f_P\rangle \quad \text{et} \quad C|f\rangle \equiv |f_C\rangle$$

$$\hookrightarrow P|f\rangle = P\psi|0\rangle = P\psi P^\dagger P|0\rangle = P\psi P^\dagger|0\rangle = |f_P\rangle$$

$$\hookrightarrow C|f\rangle = C\psi|0\rangle = C\psi C^\dagger C|0\rangle = C\psi C^\dagger|0\rangle = |f_C\rangle$$

→ Ici, C est un opérateur et non la matrice de conjugaison de charge définie en p6.

DEF On définit les C-partenaire et P-partenaire du champ spinoriel $|f\rangle = \psi|0\rangle$, $|f_C\rangle$ et $|f_P\rangle$ selon

$$\psi_P \equiv P\psi P^\dagger \quad \text{et} \quad \psi_C \equiv C\psi C^\dagger$$

⊙ Parité:

→ On veut $P\psi P^\dagger \propto \psi(t, -\vec{x})$ de telle manière à ce qu'ils aient le même contenu physique. Puisque P est un opérateur, il agit sur l'espace des opérateurs (il ne voit pas e^{ipx} ou $u(p)$, $v(p)$, mais seulement a_p^s et b_p^s). Or, $\psi \propto (a_p^s + b_p^{s\dagger})$. On aura :

$$\begin{cases} P a_p^s P^\dagger = a_{-\vec{p}}^s e^{i\alpha_p} \\ P b_p^{s\dagger} P^\dagger = b_{-\vec{p}}^{s\dagger} e^{i\beta_p} \end{cases} \quad \text{où les phases sont offertes par la maison.}$$

En prenant $\alpha_p = -\beta_p$, on trouve

$$P\psi(t, \vec{x})P^\dagger = e^{i\alpha_p} \gamma^0 \psi(t, -\vec{x})$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{Similairement, } P\bar{\psi}(t, \vec{x})P^\dagger &= P\psi^\dagger(t, \vec{x})\gamma^0 P^\dagger \\ &= P\psi^\dagger(t, \vec{x})P^\dagger\gamma^0 = (e^{i\alpha_p} \gamma^0 \psi(t, \vec{x}))^\dagger \gamma^0 \\ &= e^{-i\alpha_p} \bar{\psi}(t, -\vec{x})\gamma^0 \end{aligned}$$

→ En résumé, on obtient :

$$\begin{aligned} P\bar{\psi} \mathbb{1} \psi P^\dagger &= \bar{\psi}(t, -\vec{x}) \mathbb{1} \psi(t, -\vec{x}) \\ P\bar{\psi} \gamma_5 \psi P^\dagger &= -\bar{\psi}(t, -\vec{x}) \gamma_5 \psi(t, -\vec{x}) \\ P\bar{\psi} \gamma_\mu \psi P^\dagger &= \bar{\psi}(t, -\vec{x}) \gamma_\mu \psi(t, -\vec{x}) \\ P\bar{\psi} \gamma^\mu \psi P^\dagger &= \bar{\psi}(t, -\vec{x}) \gamma^\mu \psi(t, -\vec{x}) \\ P\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi P^\dagger &= -\bar{\psi}(t, -\vec{x}) \gamma^\mu \gamma_5 \psi(t, -\vec{x}) \\ P\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_\nu \psi P^\dagger &= \bar{\psi}(t, -\vec{x}) \gamma^\mu \gamma_\nu \psi(t, -\vec{x}) \\ P\bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi P^\dagger &= \bar{\psi}(t, -\vec{x}) \sigma^{\mu\nu} \psi(t, -\vec{x}) \end{aligned}$$

⊙ Parité de charge:

check
le +

→ De manière similaire, on a:
$$\begin{cases} C a_p^s C = e^{i\alpha_e} b_p^s \\ C b_p^{s\dagger} C = e^{-i\alpha_e} a_p^{s\dagger} \end{cases}$$

En prenant $\alpha_e = \beta_e$, on obtient

$$e \psi(t, \vec{x}) e^\dagger = C \gamma_0 \psi^*(t, \vec{x}) e^{i\alpha_e} \quad \text{avec } C = i\gamma_2 \gamma_0 \text{ et } C^2 = -1$$

$$= i\gamma_2 \psi^*(t, \vec{x}) e^{i\alpha_e}$$

$$\text{et } e \bar{\psi}(t, \vec{x}) e^\dagger = e \psi^\dagger \gamma_0 e^\dagger = (e \psi e^\dagger)^\dagger \gamma_0 = (C \gamma_0 \psi^* e^{i\alpha_e})^\dagger \gamma_0$$

$$= e^{-i\alpha_e} \psi^t C$$

→ En résumé, on a:

$$e \bar{\psi}(t, \vec{x}) \mathbb{1} \psi(t, \vec{x}) e^\dagger = \psi^\dagger C C \gamma_0 \psi^* = -\psi^\dagger \gamma_0 \psi^* = \bar{\psi} \mathbb{1} \psi$$

$$e \bar{\psi}(t, \vec{x}) \gamma_\tau \bar{\psi}(t, \vec{x}) e^\dagger = + \bar{\psi} \gamma_\tau \psi$$

$$e \bar{\psi}(t, \vec{x}) \rho_{L,R} \bar{\psi}(t, \vec{x}) e^\dagger = + \bar{\psi} \rho_{L,R} \psi$$

$$e \bar{\psi}(t, \vec{x}) \gamma_\mu \bar{\psi}(t, \vec{x}) e^\dagger = - \bar{\psi} \gamma_\mu \psi$$

$$e \bar{\psi}(t, \vec{x}) \gamma_\mu \gamma_\tau \bar{\psi}(t, \vec{x}) e^\dagger = + \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_\tau \psi$$

$$e \bar{\psi}(t, \vec{x}) \sigma_{\mu\nu} \bar{\psi}(t, \vec{x}) e^\dagger = + \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \psi$$

⊙ Renversement du temps:

→ De manière similaire, on a
$$\begin{cases} T a_p^s T^{-1} = a_p^s e^{i\alpha_T} \\ T b_p^s T^{-1} = b_p^s e^{i\beta_T} \end{cases}$$

On veut que $T \psi T^{-1} \propto \psi(-t, \vec{x})$. On est forcé de prendre T anti-unitaire: $T = UK$ où U est un opérateur unitaire et K est l'opérateur de conjugaison complexe.

PROP

On a: $K^2 = \mathbb{1}$; $K i K = -i K^2 = -i \mathbb{1}$ et

$$T^{-1} = K U^\dagger \neq T^\dagger \text{ puisque } T^\dagger T = K^\dagger U^\dagger U K = K^\dagger K \neq \mathbb{1}$$

On trouve alors que

$$T \psi(t, \vec{x}) T^{-1} = \gamma_1 \gamma_3 \psi(-t, \vec{x}) e^{i\alpha_T} \quad \text{où } \alpha_T = \beta_T$$

→ T est bien anti-unitaire:
$$\begin{cases} [x_j, p_k] = i\delta_{jk} \\ -[x_j, p_k] = -i\delta_{jk} \end{cases} \quad T$$

$$\hookrightarrow \text{Similairement, } T \bar{\psi}(t, \vec{x}) T^{-1} = \bar{\psi}(-t, \vec{x}) \gamma_3 \gamma_1 e^{-i\alpha_T}$$

→ En résumé, on a:

$$T \bar{\Psi}(t, \vec{x}) \mathbb{1} \Psi(t, \vec{x}) T^{-1} = \bar{\Psi}(-t, \vec{x}) \mathbb{1} \Psi(-t, \vec{x})$$

Il n'y a aucun autre changement si inversion de $\gamma_T, P_L, P_R, \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma^\nu$, et $\sigma^{\mu\nu}$.

→ L'invariance sous T peut s'interpréter en observant que
 $|\langle \Psi_2^{s_2}(p_2) | S | \Psi_1^{s_1}(p_1) \rangle|^2 = |\langle \Psi_1^{s_1}(-p_1) | S | \Psi_2^{s_2}(-p_2) \rangle|^2$

③ Résumé:

→ On considère un bilingue (invariant) constitué de 2 spins de Dirac distincts et d'une interaction. On omet les phases.

bil:	P	C	T	CP	CPT
$\bar{\Psi} \chi$	+	+	+	+	+
$\bar{\Psi} \gamma_T \chi$	-	+	+	-	-?
P_L	+	+	+	+	+
P_R	+	+	+	+	+
γ^μ	+	-	+	-	-
$\gamma^\mu \gamma^\nu$	-	+	+	-	-
$\gamma^\mu P_L$	+	-	+	-	-
$\gamma^\mu P_R$	+	-	+	-	-
$\bar{\Psi} \sigma^{\mu\nu} \chi$	+	-	+	-	-
juste A_μ	A_μ	$-A_\mu$	A_μ	$-A_\mu$	$-A_\mu$

→ Les phases induites par l'action des symétries sont tjrs les mêmes indépendamment de l'interaction considérée:

$$\bar{\Psi} \chi \mapsto \exp \{ i (\kappa_{C\chi, P\chi, T\chi, CP\chi, CPT\chi} - \kappa_{C\psi, P\psi, T\psi, CP\psi, CPT\psi}) \}$$

$$\text{où } \kappa_{CPi} \equiv \kappa_{Pi} + \kappa_{Ci} \text{ et } \kappa_{CPTi} \equiv \kappa_{Pi} + \kappa_{Ci} + \kappa_{Ti}$$

→ Les phases sont important pour montrer qu'une symétrie est brisée (lorsqu' $\nexists \alpha_i$ tq $\mathcal{L} \mapsto \mathcal{L}$).

8.3 Transformation du $\mathcal{L}$ sous C, P et T

→ On considère le Lagrangien dans lequel les bilinéaires précédemment évoqués peuvent apparaître: $\mathcal{L}_\pm$. On les multiplie donc par un couplage f (avec $f \in \mathbb{C}$) et par un boson de jauge de manière à rendre les bilinéaires invariants. Enfin, il faut aussi ajouter les termes hermitiens conjugués.

① Interaction purement vectorielle:

→ On considère: $\mathcal{L}_{I,V} = f (\bar{\Psi} \gamma_\mu \chi A^\mu) + f^* (\bar{\chi} \gamma_\mu \Psi A^\mu)$

? ↳ Sous P: on obtient un phase $\exp\{i(\alpha_{Px} - \alpha_{Px})\}$ qu'on peut choisir égale à 1 $\Rightarrow$ P conservé!

? ↳ Sous C: on obtient $\exp\{i(\alpha_{Cx} - \alpha_{Cx})\} = f^*/f$
 $\Rightarrow$ C conservé!

? ↳ Sous T: il faut par contre prendre $\exp\{i(\alpha_{Tx} - \alpha_{Tx})\} = f/f^*$
 $\Rightarrow$ T conservé

② Interaction purement axiale:

→ On considère $\mathcal{L}_{I,A} = f (\bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma_5 \chi A^\mu) + f^* (\bar{\chi} \gamma_\mu \gamma_5 \Psi A^\mu)$

↳ Sous P: il faut prendre $\exp\{i(\alpha_{Px} - \alpha_{Px})\} = -1$

↳ Sous C: il faut prendre $\exp\{i(\alpha_{Cx} - \alpha_{Cx})\} = -f^*/f$

↳ Sous T: il faut prendre $\exp\{i(\alpha_{Tx} - \alpha_{Tx})\} = f/f^*$

③ Interaction $V \pm A$:

→ On considère $\mathcal{L}_{I,V+A} = f (\bar{\Psi} \gamma_\mu P_{R,L} \chi A^\mu) + f^* (\bar{\chi} \gamma_\mu P_{R,L} \Psi A^\mu)$

↳ Sous P: pas possible de prendre la phase = 1 et -1; P brisé!

↳ Sous C: pas possible d'avoir f^*/f et $-f^*/f$; C brisé!

↳ Sous T: si le couplage est réel, alors T est conservé.

↳ Sous CP: si le couplage est réel, alors CP est conservé

Prop | L'interaction faible brise C et P de manière maximale.
Elle a une structure en V-A.

② 3 générations de fermions :

→ Considérons d'abord 1 seule génération: (u d). Il n'y aurait pas brisure T ou CP :

$$\mathcal{L}_{\pm, u, d} = |f| e^{i\alpha} \bar{\psi} \gamma^\mu P_L \chi A_\mu + |f| \bar{\chi} \gamma^\mu P_L \psi A_\mu e^{-i\alpha} \quad f = |f| e^{i\alpha}$$

$$\xrightarrow{T} |f| \bar{\psi} \gamma_\mu P_L \chi A^\mu e^{-i\alpha} e^{i(\alpha_{Tx} - \alpha_{T\psi})} + |f| \bar{\chi} \gamma_\mu P_L \psi A^\mu e^{i\alpha} e^{-i(\alpha_{Tx} - \alpha_{T\psi})}$$

Si on prend $\alpha_{Tx} - \alpha_{T\psi} = 2\alpha$, alors $\mathcal{L}_{\pm, u, d}$ est invariant.

↳ Pour CP, il faut prendre $\alpha_{CP\chi} - \alpha_{CP\psi} = -2\alpha$

↳ C'est cohérent avec le fait que pour une génération, la phase α n'est pas physique (elle peut être absorbée dans la définition de ψ et χ de manière à rendre $f \in \mathbb{R}$).

→ Si on considère 3 générations (liées par des interactions à courant chargé), on ne peut éliminer δ_{CKM} . Il n'y a alors pas de valeur de α_T et α_{CP} qui rendrait $\mathcal{L}$ invariant
⇒ T et CP brisés

→ Pour CPT, il suffit de prendre tout les $\alpha_{CPTi} = 0$:

$$\mathcal{L}_{\pm, u, d} \rightarrow |f| \bar{\chi} \gamma^\mu P_L \psi A_\mu e^{-i\alpha} + |f| \bar{\psi} \gamma^\mu P_L \chi A_\mu e^{i\alpha}$$

↳ Impossible de briser CPT avec des bilinéaires de fermions !

PROP | La théorie CPT implique qu'une QFT invariante de Lorentz est invariante sous CPT

→ QFT : règle d'anti-commutation, spin-statistique et localité + hermiticité de l'hamiltonien.

- En QED et QCD, $\mathcal{L}_I$ fait intervenir le même champ fermionique. Dans ce cas, le couplage est réel et τ et CP sont conservés.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_I &= \int \bar{\Psi} \gamma_\mu P_L \Psi A^\mu + \int \bar{\Psi}^* \gamma_\mu P_L \Psi A^\mu \\ &= 2 \operatorname{Re} \int \bar{\Psi} \gamma_\mu P_L \Psi A^\mu\end{aligned}$$

- En QCD, on pourrait écrire un terme d'interaction purment gluonique $\mathcal{L} \ni \theta_{\text{QCD}} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} G^{\mu\nu} G^{\rho\sigma} = \theta_{\text{QCD}} G_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\nu}$ qui est bien invariant de jauge $SU(3)_c$ mais qui n'est pas observé : $\theta_{\text{QCD}} < 10^{-10}$. Ce terme briserait CP.

⊙ Une conséquence de la théorie CPT :

- Les masses et largeurs de désintégration des particules et antiparticules sont identiques.

$$\begin{aligned}\hookrightarrow \langle i^{S_i}(p_i) | S | i^{S_i}(p_i) \rangle &= \langle i^{S_i}(p_i) | 1 + iT | i^{S_i}(p_i) \rangle \\ &= (\langle i^{S_i}(p_i) | T + TS | i^{S_i}(p_i) \rangle)^* \\ &= (\langle i^{S_i}(p_i) | \text{CPT}^\dagger \cdot \text{CPT} \cdot S \cdot \text{CPT}^{-1} \cdot \text{CPT} | i^{S_i}(p_i) \rangle)^* \\ &= \langle \bar{i}^{-S_i}(p_i) | \underbrace{S^\dagger = 1 - iT^\dagger}_{S^\dagger = 1 - iT^\dagger} | \bar{i}^{-S_i}(p_i) \rangle \\ &= \langle \bar{i}^{-S_i}(p_i) | 1 + iT | \bar{i}^{-S_i}(p_i) \rangle\end{aligned}$$

- (détails dans les notes) même masse pour les part. et antipart.

8.4 Transformation des hadrons sous P et C

- On considère l'état lié $| \bar{p} p \rangle = \int d^3\vec{p} \underbrace{\varphi(\vec{p})}_{\text{fact d'onde de l'état lié}} a_s^\dagger(\vec{p}) b_{s'}^\dagger(-\vec{p}) | 0 \rangle$ dans son CM.

↳ Si on applique l'opérateur de parité :

$$P | \bar{p} p \rangle = \int d^3\vec{p} \underbrace{\varphi(\vec{p}) P a_s^\dagger(\vec{p}) P^{-1}}_{e^{-i\kappa_p} a_s^\dagger(-\vec{p})} \underbrace{P b_{s'}^\dagger(-\vec{p}) P^{-1}}_{-e^{-i\kappa_p} b_{s'}^\dagger(\vec{p})} P | 0 \rangle$$

$$(P \vec{p} \rightarrow -\vec{p}) = (-1) \int d^3\vec{p} \varphi(-\vec{p}) a_s^\dagger(\vec{p}) b_{s'}^\dagger(-\vec{p}) | 0 \rangle$$

$$\begin{aligned}\text{Or, } \varphi(\vec{p}) &\propto \gamma_e^m(\vec{p}/|\vec{p}|) \Rightarrow \varphi(-\vec{p}) = (-1)^l \varphi(\vec{p}) \\ &= (-1) (-1)^l | \bar{p} p \rangle = (-1)^{l+1} | \bar{p} p \rangle\end{aligned}$$

prop On a $P | \bar{p} p \rangle = (-1)^{l+1} | \bar{p} p \rangle$

↳ On trouve :

$$\pi^0 = (\bar{u}u - d\bar{d})/\sqrt{2} \quad P_{\pi^0}|l=0\rangle = -1$$

$$\eta_8 = (\bar{u}u + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6} \quad P_{\eta_8}|l=0\rangle = -1$$

$$\eta_0 = (\bar{u}u + d\bar{d} + 2s\bar{s})/\sqrt{6} \quad P_{\eta_0}|l=0\rangle = -1$$

→ La parité des états $|l\bar{l}\rangle$ est fixée !

- Considérons l'état lié $|l_1 l_2\rangle$ avec $l_1 \neq l_2$. On a $P|l_1 l_2\rangle = (-1)^{l_1} e^{-i\alpha_{1p}} e^{i\alpha_{2p}} |l_1 l_2\rangle$ parité non fixée !
Par convention, on prend $\alpha_{l,p} = \alpha_{-l,p}$. Dans ce cas,
 $P_{\pi^+}|l=0\rangle = P_{\pi^-}|l=0\rangle = P_{K^0}|l=0\rangle = P_{\bar{K}^0}|l=0\rangle = P_{K^\pm}|l=0\rangle = -1$

- Regardons à présent la conjugaison de charge :

$$C|l\bar{l}\rangle = \int d^3\vec{p} \varphi(\vec{p}) \underbrace{C a_s^\dagger(\vec{p}) e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}}}_{e^{-i\vec{p}\cdot\vec{r}} b_s^\dagger(\vec{p})} \underbrace{e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} b_s^\dagger(-\vec{p}) e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}}}_{e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} a_s^\dagger(-\vec{p})} |0\rangle$$

$$(\vec{p} \mapsto -\vec{p}) = \int d^3\vec{p} (-1)^{l+1} \varphi(\vec{p}) a_s^\dagger(\vec{p}) b_s^\dagger(-\vec{p}) |0\rangle \text{ dépend du spin}$$

→ Si $s=0$:

$$|l\bar{l}(s=0)\rangle = \int d^3\vec{p} \varphi(\vec{p}) \{ a_s^\dagger(\vec{p}) b_s^\dagger(-\vec{p}) - a_s^\dagger(-\vec{p}) b_s^\dagger(\vec{p}) \} |0\rangle$$

$$\hookrightarrow C|l\bar{l}(s=0)\rangle = (+1)|l\bar{l}(s=0)\rangle$$

→ Si $s=1$:

$$|l\bar{l}(s=1)\rangle = \int d^3\vec{p} \varphi(\vec{p}) \{ a_s^\dagger(\vec{p}) b_s^\dagger(-\vec{p}) \} |0\rangle$$

$$\hookrightarrow C|l\bar{l}(s=1)\rangle = (-1)|l\bar{l}(s=1)\rangle$$

PROP On a $C|l\bar{l}\rangle = (-1)^{l+s} |l\bar{l}\rangle$

DEF On introduit la notation J^{PC} qui reprend les nombres quantiques d'une particule, et permet de la classer.

→ pour π^0, η_1 et η_0 lorsque $l=0$, $J^{PC} = 0^{-+}$

→ pour ρ, ω et ϕ lorsque $l=0$, $J^{PC} = 1^{--}$

→ Pour les états chargés on prend le même α pour tout les quarks (convention). On a donc

$$\rightarrow C|\pi^+\rangle = +|\pi^-\rangle ; C|K^0\rangle = +|\bar{K}^0\rangle \text{ et } C|K^+\rangle = +|K^-\rangle$$

$$\rightarrow C\rho|\pi^+\rangle = -|\pi^-\rangle ; C\rho|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \text{ et } C\rho|K^+\rangle = -|K^-\rangle$$

8.5 Triangle d'unitarité

→ Pour avoir CP brisé dans le MS, il faut $\delta_{CKM} \neq 0$ (unique source de brisure CP).

↳ Si il y a 2 générations de quarks, $(V_{CKM})_{ij} \in \mathbb{R} \Rightarrow \delta_{CKM} = 0$

↳ Si il y a 3 générations mais 2 quarks avec les mêmes masses, $\delta_{CKM} = 0$

↳ Si il y a 3 gén. mais $\exists q \neq q' \text{ tq } m_q = 0$, alors $\delta_{CKM} = 0$

Dans ces cas là, la phase de la matrice CKM n'est pas physique: elle peut être réabsorbée en rephasant les quarks.

→ Les observables brisant CP doivent être une combinaison de plusieurs $(V_{CKM})_{ij}$ tel qu'il n'est pas possible de réabsorber la phase.

Contre-exemple: $V_{ij} \mapsto V_{ij} \exp[i(\phi_i - \phi_j)] \in \mathbb{R}$

$$|V_{ij}|^2 \in \mathbb{R}$$

$$V_{ij} V_{kl}^*$$

→ Une combinaison complexe, invariante de phase est

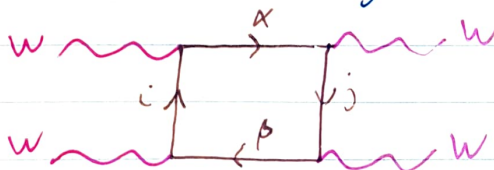
$$Q_{\alpha\beta\gamma} \equiv V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^* \quad (\text{quarks différents})$$

↳ Invariante sous $q_{i,j,\alpha,\beta} \mapsto \exp[i\phi_{i,j,\alpha,\beta}] q_{i,j,\alpha,\beta}$

↳ Physiquement, cela revient à regarder un diagramme du type: où chaque quark entre et sort des vertex

→ diagramme boucle

↳ 2nd ordre au moins dans les interactions faibles.



DEF On définit l'invariant de Jarlskog J selon:

$$J \equiv \text{Im} \{ Q_{uscb} \} = - \text{Im} \{ Q_{udcs} \}$$

↳ Toutes les observables brisant CP sont $\propto J$

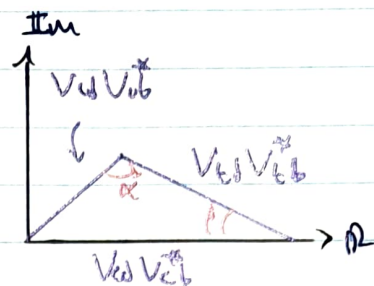
→ L'unitarité de V_{CKM} permet de définir le triangle d'unitarité.

En effet, on a $V_{CKM}^\dagger V_{CKM} = 11$

$$\Rightarrow V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$$

On peut tracer le triangle suivant :

où on a rephasé $V_{cd}V_{cb}^*$ pour qu'il soit réel.



PROP L'aire du triangle d'unitarité est l'invariant de Jarlskog.

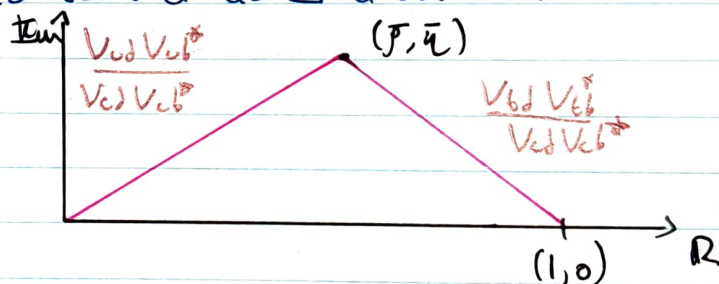
→ En divisant chaque terme par $V_{cd}V_{cb}^*$, on trouve le triangle d'unitarité

DEF

On définit les paramètres $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ selon

$$\bar{\rho} \equiv \text{Re} \left\{ \frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right\} \quad \text{et} \quad \bar{\eta} \equiv \text{Im} \left\{ \frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right\}$$

↳ Ce sont les coord. du sommet du Δ d'unitarité.



→ En général, on pourrait construire 6 triangles (équivalents).

→ Experimentalement, on trouve $J = (3,05^{+0,1}_{-0,2}) \cdot 10^{-5}$
petit car $J \propto (m_u^2 - m_c^2)$