

6

EXEMPLES DE PROCESSUS DU SM

6.1 Désintégration du boson W

⊙ $W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$:



→ On regarde $\mathcal{L} \ni \frac{g}{\sqrt{2}} J_\alpha^+ W^{+\alpha}$ avec $J_\alpha^+ = \bar{\nu}_e \gamma_\alpha e_L$

↳ L'élément de matrice associé est:

$$\mathcal{M} = i \frac{g}{\sqrt{2}} \epsilon_\alpha^\lambda \bar{u}_{\nu_e}(p_{\nu_e}) \gamma^\alpha P_L u_e(p_e)$$

Puisque W est massif, il possède 3 polarisations. En effet, il faut résoudre $\partial^\mu F_{\mu\nu} + m^2 A_\nu = 0 \Rightarrow \partial^\nu A_\nu = 0$ ⊕

La solution est donnée par: $(\partial^2 + m^2) A^\mu = 0$

$$W^{+\alpha} = \int d^3k \left(\underbrace{\sum_\lambda \epsilon^\alpha(\lambda, k)}_{\text{somme sur les pola.}} \frac{e^{-ikx}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2E_W}} a_\lambda^\dagger(k) + \epsilon^{\alpha*}(\lambda, k) \frac{e^{ikx}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2E_W}} a_\lambda(k) \right)$$

Or, on a contrainte ⊕: $\epsilon^\alpha k_\alpha = 0$, donc pour $k_\mu = (k_0, 0, 0, k)$, les 3 polarisations permettent soit $\epsilon_1 = (0, 1, 0, 0)$, $\epsilon_2 = (0, 0, 1, 0)$, $\epsilon_3 = \frac{1}{m_W} (k, 0, 0, k_0)$ où ϵ_1 et ϵ_2 sont transverses et ϵ_3 longitudinale. Ainsi, on a:

$$\sum_\lambda \epsilon^\alpha(\lambda, k) \epsilon^{\beta*}(\lambda, k) = -g^{\alpha\beta} + k^\alpha k^\beta / m_W^2$$

$$\hookrightarrow |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{3} \sum_\lambda \sum_{\text{spin}} |\mathcal{M}|^2$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} g^2 \right) \sum_\lambda \epsilon^\alpha \epsilon^{\beta*} \cdot \sum_{\text{spin}} \left\{ \bar{u}_{\nu_e} \gamma_\alpha \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) u_e \bar{u}_e \gamma_\beta \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) u_{\nu_e} \right\}$$

$$\sum_{\text{spin}} \text{Tr} \left\{ u_{\nu_e} \bar{u}_{\nu_e} \gamma_\alpha (1-\gamma_5)/2 u_e \bar{u}_e \gamma_\beta (1-\gamma_5)/2 \right\}$$

$$= \text{Tr} \left\{ (\not{p}_\nu + m_\nu) \gamma_\alpha \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) (\not{p}_e - m_e) \gamma_\beta \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) \right\}$$

$$= 2 (p_{\nu\alpha} p_{e\beta} + p_{e\alpha} p_{\nu\beta} - g_{\alpha\beta} (p_e \cdot p_\nu))$$

$$= \frac{1}{3} g^2 m_W^2 + \mathcal{O}(m_e/m_W)^2$$

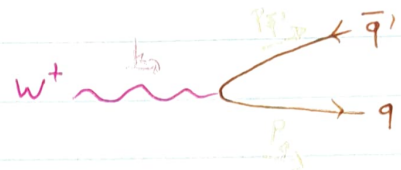
↳ La largeur de désintégration est alors donnée par:

$$\Gamma(W \rightarrow e\nu) = \frac{|M|^2}{16\pi m_W} = \frac{g^2 m_W}{48\pi} = \frac{4}{48\pi} \cdot \frac{m_W^3}{g^2} \quad v = 246 \text{ GeV}$$

Prop En négligeant les termes d'ordre $\mathcal{O}(m_{\text{ferm}}^2/m_W^2)$, on observe l'universalité des couplages $SU(2)_L$ non abélien:

$$\Gamma(W \rightarrow e\nu) = \Gamma(W \rightarrow \mu\nu) = \Gamma(W \rightarrow \tau\nu)$$

① $W^+ \rightarrow q\bar{q}'$:



→ La situation est similaire, avec un couplage différent:

? facteur $\frac{1}{\sqrt{2}}$ J_α^+ ??

$$J_\alpha^+ = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t}) \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \gamma_\alpha P_L \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

→ La largeur de désintégration est alors la même, modulée par un terme de la matrice CKM: (toujours à l'ordre $\mathcal{O}(m_q^2/m_W^2)$)

$$\begin{aligned} \Gamma(W \rightarrow u\bar{d}) &= \Gamma(W \rightarrow e\nu) \cdot |V_{ud}|^2 \\ \Gamma(W \rightarrow u\bar{s}) &= \Gamma(W \rightarrow e\nu) \cdot |V_{us}|^2 \\ \Gamma(W \rightarrow u\bar{b}) &= \Gamma(W \rightarrow e\nu) \cdot |V_{ub}|^2 \\ \Gamma(W \rightarrow c\bar{d}) &= \Gamma(W \rightarrow e\nu) \cdot |V_{cd}|^2 \\ \Gamma(W \rightarrow c\bar{s}) &= \Gamma(W \rightarrow e\nu) \cdot |V_{cs}|^2 \\ \Gamma(W \rightarrow c\bar{b}) &= \Gamma(W \rightarrow e\nu) \cdot |V_{cb}|^2 \end{aligned}$$

② Largeur totale:

→ La largeur totale est alors donnée par

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma(W \rightarrow e\nu) \cdot \left(1 + 1 + 1 + 3(|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2) + 3(|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2) \right) = 9\Gamma(W \rightarrow e\nu)$$

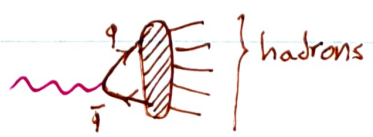
3 couleurs $\nearrow = 1$ car $VV^\dagger = 1$

→ Rapport de branchement peut dès lors être calculé:

$$\begin{aligned} \text{Br}\{W \rightarrow e\nu\} &= 1/9 \rightsquigarrow \text{mesuré: } 10,7\% \\ \text{Br}\{W \rightarrow \mu\nu\} &= 1/9 \rightsquigarrow \text{mesuré: } 10,6\% \\ \text{Br}\{W \rightarrow \tau\nu\} &= 1/9 \rightsquigarrow \text{mesuré: } 11,2\% \end{aligned}$$

$$\text{Br}\{W \rightarrow \text{hadrons}\} = \sum_{q, q'} \text{Br}\{W \rightarrow q\bar{q}'\} = 6/9$$

processus inclusifs

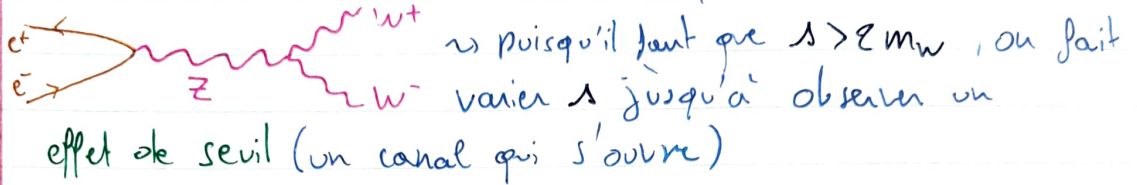


- Les corrections radiatives modifient les rapports de branchement :
- $$\Gamma_W^{\text{tot}} = \Gamma_W^{\text{tot}}|_{\text{tree level}} \cdot \left(1 + 2 \frac{\alpha_s(m_W^2)}{3\pi}\right)$$

⊙ Mesures de m_W et Γ_W^{tot} :

- Mesurer les taux de branchement est facile, il suffit de compter les événements.

- On détermine la masse du W au LEP II, un collisionneur e^+e^- :



- On peut aussi déterminer la masse du W au LHC, un collisionneur hadronique, à partir de la distribution de moment transverse p_T dans les processus $W \rightarrow e\nu$ et $W \rightarrow \mu\nu$

- La largeur totale Γ_W^{tot} est trop grande pour observer $e^{-t/2m_W}$.
On fit plutôt la distribution de Breit-Wigner de la masse invariante $m_{Z\ell}$, qui dépend de m_W et Γ_W^{tot} .

↳ Le SM prédit $m_W = g v/2 = 80,363 \pm 0,020 \text{ GeV}$
et $\Gamma_W^{\text{tot}} = 2,091 \pm 0,002 \text{ GeV}$

↳ Les fits donnent $m_W = 80,379 \pm 0,012 \text{ GeV}$
 $\Gamma_W^{\text{tot}} = 2,085 \pm 0,012 \text{ GeV}$

⇒ Accord excellent!

6.2 Forme du pic du Z : m_Z et Γ_Z^{tot} (Z line shape)

⊙ Désintégration du Z :

leptons et fermions

- La partie du Lagrangien décrivant $Z \rightarrow \ell\bar{\ell}$ est
- $$\mathcal{L} \supset \frac{-g}{\cos\theta_W} Z_\mu \left(g_L^\ell \bar{\ell}_L \gamma^\mu \ell_L + g_R^\ell \bar{\ell}_R \gamma^\mu \ell_R \right)$$

→ L'élément de matrice correspondant est :

$$\mathcal{M} = -i \frac{g}{\cos \theta_W} \epsilon_{\mu}^{\lambda} \bar{u}_l (g_L^l \gamma^{\mu} P_L + g_R^l \gamma^{\mu} P_R) u_l$$

↳ Pour les neutrinos (pas de ν_R): similaire à $W \rightarrow e \nu$ en remplaçant

$$\frac{g}{\sqrt{2}} \mapsto \frac{g}{\cos \theta_W} g_L^{\nu}. \text{ Alors } \Gamma(Z \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e) = \frac{g^2 m_Z}{\cos^2 \theta_W 96 \pi} \cdot 4 g_L^{\nu 2} = \frac{g^4 m_Z}{\cos^4 \theta_W 96 \pi} \approx 170 \text{ MeV}$$

↳ Pour le reste: $\Gamma(Z \rightarrow f \bar{f}) = 4 (g_L^f 2 + g_R^f 2) \Gamma(Z \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e) + \mathcal{O}(m_f/m_Z)$

→ En effet, $|\mathcal{M}|^2 \propto P_L (p + m_f) \gamma_{\mu} P_R$ ne survit que si $m_f \neq 0$

→ On trouve $\Gamma_Z^{\text{tot}} = \sum_f \Gamma(Z \rightarrow f \bar{f}) \approx 2,5 \text{ GeV}$

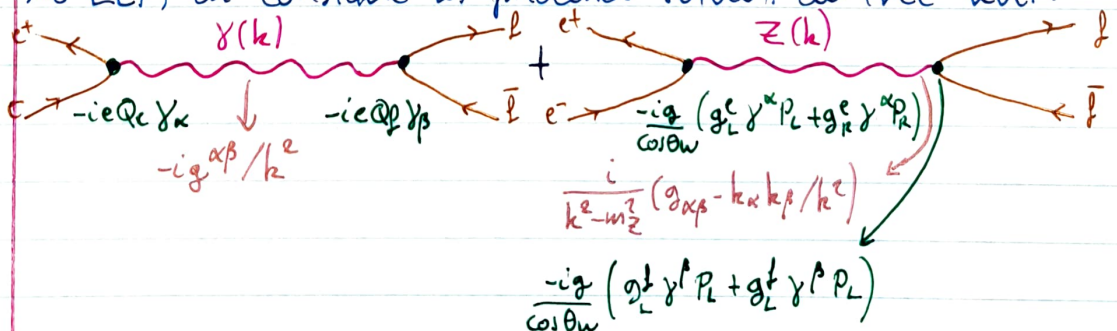
④ 4^e génération de neutrinos:

→ Une 4^e génération de neutrinos possible en théorie a été exclue par le LEP qui a mesuré $\Gamma_Z^{\text{tot}} = 2,4952 \pm 0,0023 \text{ GeV}$. L'incertitude est bien plus petite que les 170 MeV qu'il faudrait rajouter.

↳ Mais comment déterminer Γ_Z^{tot} expérimentalement ?

④ Forme du pic du Z :

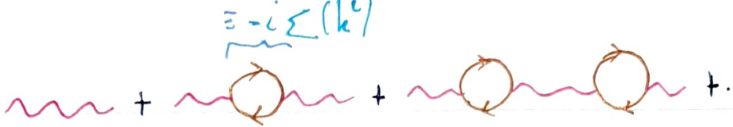
→ Au LEP, on considère les processus suivants au tree level:



→ $\mathcal{M}_{\gamma} = (ie)^2 Q_e Q_f (\bar{u}_e \gamma_{\mu} u_e) (\bar{u}_f \gamma^{\mu} u_f) \cdot (-ig^{\alpha\beta} / k^2)$ et

$$\mathcal{M}_Z = \left(\frac{-ig}{\cos \theta_W} \right)^2 \bar{u}_e \gamma_{\mu} (g_L^e P_L + g_R^e P_R) u_e \cdot \frac{-i}{k^2 - m_Z^2} (g^{\alpha\beta} - \frac{k^{\alpha} k^{\beta}}{m_Z^2}) \cdot \frac{-ig}{\cos \theta_W} (g_L^f \gamma^{\mu} P_L + g_R^f \gamma^{\mu} P_R) u_f$$

→ At $k^2 = m_Z^2$, the propagator diverges. We need to consider radiative corrections.

→ The full propagator is  + ...

$$= \frac{i}{k^2 - m_Z^2} (1 + (-i\Sigma) \frac{i}{k^2 - m_Z^2} + (-i\Sigma)^2 \left(\frac{i}{k^2 - m_Z^2} \right)^2 + \dots)$$

$$= \frac{i}{k^2 - m_Z^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\Sigma}{k^2 - m_Z^2}} = \frac{i}{k^2 - m_Z^2 - \Sigma} = \frac{i}{k^2 - (m_Z^2 + \text{Re } \Sigma) + i \text{Im } \Sigma}$$

C'est une série de Dyson

DEF On introduit le propagateur de Breit-Wigner

$$\frac{i}{k^2 - m_Z^{\text{phys}} + i k^2 / m_Z \cdot \Gamma_Z^{\text{tot}}} \quad \text{avec} \quad m_Z^{\text{phys}} \equiv m_Z^2 + \text{Re } \Sigma$$

$$\frac{k^2}{m_Z} \Gamma_Z^{\text{tot}} = \text{Im } \Sigma$$

↳ On voit que $k^2 - (m_Z^2 + \text{Re } (\Sigma)) \Big|_{k^2 = (m_Z^{\text{phys}})^2} = 0$: c'est la partie réelle du propagateur

Thm (Théorème optique) $\text{Im} \{ \Sigma(k^2) \} = \frac{k^2}{m_Z} \Gamma_Z^{\text{tot}}$

→ En effet, si on effectue un cut de Cutkowsky :

on a que  $\propto | \text{wavy line} |^2 \propto \Gamma_Z^{\text{tot}}$.

Lorsque les 2 fermions de la boucle sont sur leur couche de masse, le propagateur $\sim 1/i\epsilon$. Par ailleurs, si les 2 fermions sont réels, alors le processus est similaire à la disintégration $Z \rightarrow f\bar{f}$. Ainsi, $\text{Im } \Sigma \sim \sum_f |M_{Z \rightarrow f\bar{f}}|^2 \propto \Gamma_Z^{\text{tot}}$

→ L'élément de matrice s'écrit alors comme :

$$|M|^2 = \underbrace{|M_1|^2}_{(1)} + \underbrace{|M_2|^2}_{(2)} + 2 \underbrace{\text{Re} \{ M_1^* M_2 \}}_{(3)}$$

$$\text{avec } (1) \sim \frac{e^4 Q_F^2 k^4}{k^4}, \quad (2) \sim \frac{g^2}{\cos^2 \theta_W} \frac{k^4}{(k^2 - m_Z^2)^2 + k^4 \Gamma_Z^{\text{tot}2} / m_Z^2}$$

$$(3) \sim 2e^2 Q_F \frac{g}{\cos \theta_W} \text{Re} \left\{ \frac{k^4}{k^2} \frac{1}{k^2 - m_Z^2 + i k^2 \Gamma_Z^{\text{tot}} / m_Z} \right\}$$

$$\sim \frac{1}{k^2} \frac{k^2 - m_Z^2}{(k^2 - m_Z^2)^2 + k^4 \Gamma_Z^{\text{tot}2} / m_Z^2} \cdot k^4$$

on a écrit $m_Z \mapsto m_Z^{\text{phys}}$

→ Lorsque $k^2 < m_Z^2$: ① >> ③ >> ②
 $\uparrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow$
 $1 \quad k^2/m_Z^2 \quad k^2/m_Z^2$

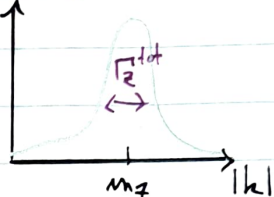
↳ Alors $|M|^2 \sim \frac{1}{k^4} k^4 \sim \text{cte}$ et $\sigma \sim 1/k^2 = 1/s$

→ Lorsque $k^2 \sim m_Z^2$: ③ ~ 0 , ② >> ①

↳ Alors $|M|^2 \propto \frac{k^4}{(k^2 - m_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2} \Rightarrow$ Il y a résonance!
 $\sigma(e^+e^- \rightarrow f\bar{f}) \uparrow$

↳ En $k^2 = m_Z^2$, on a:

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow f\bar{f})_Z}{\sigma(e^+e^- \rightarrow f\bar{f})_\gamma} \propto \frac{1/m_Z^2 \Gamma_Z^2}{1/m_Z^4} \sim \frac{m_Z^2}{\Gamma_Z^2} \sim 1000$$



↳ C'est la largeur totale qui intervient dans la résonance car toutes les particules contribuent dans la boucle (un neutrino ν_τ également), tant que $m_{\nu_\tau} \leq m_Z/2 \sim 45 \text{ GeV}$.

$\Rightarrow$ Le LEP exclut un 9^e neutrino plus léger que 45 GeV.

→ Lorsque $4m_b^2 \ll k^2 \ll m_Z^2$: ① >> ③ >> ②

DEF On définit le rapport R selon

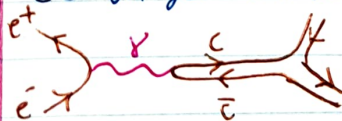
$$R_h \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \text{On a: } R_h &= N_c \cdot (Q_u^2 + Q_d^2 + Q_s^2 + Q_c^2 + Q_b^2) / Q_\mu^2 \\ &= 33/9 \end{aligned}$$

↳ Tant que $4m_c^2 < k^2 < 4m_b^2$, le quark beauty ne contribue pas:

$$R_h = 30/9$$

↳ Il y a un effet de seuil: chaque fois que $k^2 \downarrow$ en dessous de $4m_c^2$, R_h change. Cependant, il y a des corrections QCD et des résonances. Par exemple, lorsque $k^2 \sim 4m_c^2$, un état lié $c\bar{c}$ est formé: le J/ψ



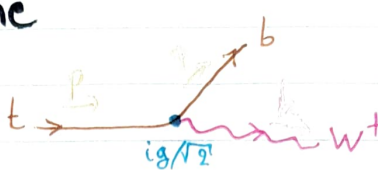
$\rightarrow$ mix de γ et J/ψ

$\rightarrow$ Propagateur du J/ψ :

$$\frac{1}{k^2 - m_{J/\psi}^2 + i \frac{k^2}{m_{J/\psi}} \Gamma_{J/\psi}}$$

5.3 Désintégration $t \rightarrow Wb$ et thm d'équivalence de Goldstone

→ On s'intéresse à la désintégration $t \rightarrow Wb$



↳ On a: $i\mathcal{M} = \frac{ig}{\sqrt{2}} \bar{u}_b(q) \gamma^\mu P_L u_t(p) \epsilon_\mu^*(k)$

Donc $|\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{2} \sum_{s, \lambda} |\mathcal{M}|^2 = \frac{g^2}{2} \left(\overbrace{p \cdot q}^{\text{trans}} + \overbrace{2(k \cdot q)(k \cdot p)}^{\text{longe}} \right) \frac{1}{m_W^2}$

puisque $\sum_\lambda \epsilon_\mu \epsilon_\nu = -(\eta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / m_W^2)$

→ Puisque $m_t^2 > m_W^2 \gg m_b^2 = q^2$, on peut approximer:

$2p \cdot q \simeq 2q \cdot k = m_t^2 - m_W^2$ et $2k \cdot p = m_t^2 + m_W^2$

Ainsi, $|\mathcal{M}|^2 \simeq \frac{g^2}{4} \frac{m_t^4}{m_W^2} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right) \left(1 + 2 \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)$

et $\Gamma(t \rightarrow Wb) = \frac{g^2}{64\pi} \frac{m_t^3}{m_W^2} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)$

$\simeq \frac{g^2}{64\pi} \frac{m_t^3}{m_W^2} = \frac{g^2}{64\pi} \frac{m_t^3}{g^2 q^2 / 4} = \frac{m_t^3}{16\pi q^2} = \frac{1}{32\pi} y_t^2 \cdot m_t \quad \left(m_t = \frac{y_t \sigma}{\sqrt{2}}\right)$

⇒ $\Gamma(t \rightarrow Wb)$ est déterminé par y_t !

→ En l'absence de BSS, en supposant la même cinématique, on aurait:

$\mathcal{L} \ni y_t \bar{t}_L \phi^\dagger t_R + \text{h.c.}$

Donc $|\mathcal{M}|^2 = y_t^2 q \cdot p$ et $\Gamma(t \rightarrow b \phi^\dagger) = \frac{y_t^2 m_t}{32\pi}$



Thm

Le théorème d'équivalence de Goldstone stipule que, dans la limite des hautes énergies $\vec{p}_W \gg m_W$, on a:

$\Gamma(t \rightarrow Wb) = \Gamma(t \rightarrow b \phi^\dagger)$

→ Aux hautes énergies, W est purement longitudinal

⊙ Théorie d'équivalence de Goldstone en détail :

a) On regarde $\mathcal{L} \ni \frac{1}{2} (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi)$

$$\ni -g A_\mu^a J^{a\mu} \quad J^{a\mu} = +i \partial^\mu \phi^\dagger T^a \phi$$

$$\ni -\frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ J^\mu + \text{h.c.}$$

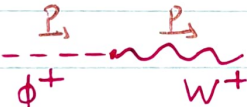
$\Rightarrow J_\mu^+ = +i \partial^\mu \phi^{+\ast} \frac{v}{\sqrt{2}}$ avec $\phi^{+\ast} \equiv \phi^-$
 et $J_\mu^+ = J_\mu^1 + i J_\mu^2$

DEF₁ On introduit le paramètre d'ordre F défini comme $F \equiv v/\sqrt{2}$

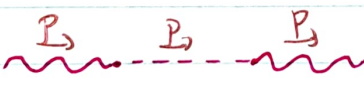
$\rightarrow \langle 0 | J_\mu^+ | \phi^- \rangle = -i p^\mu e^{-ip \cdot x} F \cdot (-i) = -p^\mu e^{-ip \cdot x} v/\sqrt{2}$
 $\langle 0 | J_\mu^- | \phi^+ \rangle = -i p^\mu e^{-ip \cdot x} F \cdot i = +p^\mu e^{-ip \cdot x} v/\sqrt{2}$
 $\Rightarrow$ si BSS, $\langle 0 | J_\mu^\pm | \phi^\pm \rangle \neq 0$

b) On regarde $\mathcal{L} \ni \frac{g^2}{2} (W_\mu^+ J^{+\mu} + W_\mu^- J^{-\mu})$

$$\ni -\frac{ig^2}{\sqrt{2}} \frac{v}{\sqrt{2}} (+W_\mu^+ \partial^\mu \phi^- - W_\mu^- \partial^\mu \phi^+)$$

$\rightarrow$ Alors  $\mathcal{M} = i(-ip^\mu) \frac{ig^2}{\sqrt{2}} \frac{v}{\sqrt{2}} \epsilon_\mu^*$

PROP Ainsi, $\phi^\pm$ peut se désintégrer, avec constante de désintégration F : c'est l'échelle de brisure de symétrie.

$\rightarrow$  $= (-ip^\mu \frac{g}{\sqrt{2}} F) \frac{i}{p^2} (ip^\nu \frac{g}{\sqrt{2}} F) \epsilon_\mu^i \epsilon_\nu^{out\ast}$

$$= \frac{ig^2 F^2}{2} \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \epsilon_\mu^i \epsilon_\nu^{out\ast} = i \underbrace{\left(\frac{g^2 v^2}{4} \right)}_{m_W^2} \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \epsilon_\mu^i \epsilon_\nu^{out\ast}$$

$\Rightarrow$ La masse du W est reliée au mélange $\phi^+ - W^+$:
 $m_W^2 \propto F^2 \propto v^2$

$\Rightarrow$ La constante de désintégration du Goldstone est directement reliée au mélange $\phi^+ - W^+$ et à m_W .

c) Les $J_\mu^\pm$ contenus par invariance de jauge de $\mathcal{L}$:

→ On a $\partial_\mu J^\mu = 0 \Leftrightarrow p_\mu J^\mu = 0$ où p_μ est l'impulsion du W

→ Considérons tout les processus connectant un W^+ avec d'autres particules via J_μ^- . On a :

$$p_\mu \cdot \left(\text{diagramme avec } J_\mu^- \text{ et } W^+ \right) \Big|_{\text{sans } E_\mu \text{ (du } W)} \leftarrow \text{amputé} = 0$$

Ces processus sont issus de 2 types de contribution :

$$\Leftrightarrow p_\mu \cdot \left(\text{IPI } \Gamma^\mu + \text{IPI } \phi^+ \right) \Big|_{\text{sans } E_\mu \leftarrow \text{amputé}} = 0$$

$$\Leftrightarrow p_\mu \Gamma^\mu + p_\mu \Gamma \cdot \frac{i}{p^2} (+1) p^\mu \frac{g}{\sqrt{2}} F = 0$$

$$\Leftrightarrow p_\mu \Gamma^\mu = \Gamma \frac{g}{\sqrt{2}} F = \Gamma m_W$$

$$\text{Or, } \varepsilon^\mu = (p/m_W, 0, 0, E_p/m_W) \stackrel{p \gg m_W}{\approx} p^\mu / m_W \quad (\varepsilon^\mu = \varepsilon^\mu \text{ par } m_\ell \gg m_{W,b})$$

Thm On obtient les identités de Ward :

$$p_\mu \Gamma^\mu = \Gamma m_W \Rightarrow \varepsilon_\mu^\perp \Gamma^\mu = \Gamma$$

→ En particulier : $t \text{ --- } W^+ = t \text{ --- } \phi^+$

d) Problèmes d'unitarité :

→ Processus $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$:

→ Seulement avec du courant chargé. Deux diagrammes contribuent :

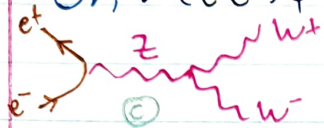


→ Par $s = (p_{e^-} + p_{e^+})^2 \gg m_W^2$, (a) + (b) domine
 $\sigma(e^+e^- \rightarrow W^+W^-) \sim \frac{\alpha^2}{16m_W^2} \sim \text{cite}$

↳ Cette section efficace constante brise l'unitarité, qui requiert $\sigma \sim 1/s$

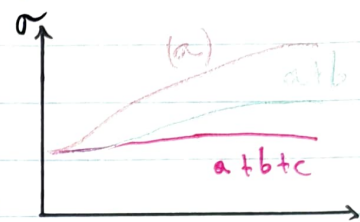
→ Le théorème d'équivalence de Goldstone implique $\sigma(e^+e^- \rightarrow W^+W^-) = \sigma(e^+e^- \rightarrow \phi^+\phi^-)$ pour $s \gg m_W^2$

Or, $\sigma(e^+e^- \rightarrow \phi^+\phi^-) \sim 1/s$! $\Rightarrow$ Il manque une contribution !
 On peut montrer que $\sigma(\text{a} + \text{b} + \text{c}) \sim 1/s$



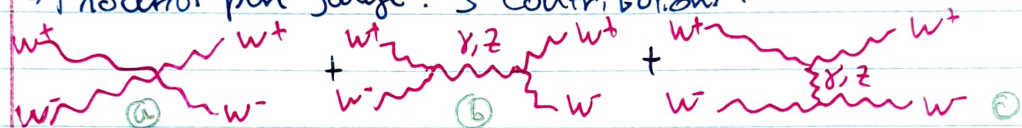
→ Suppression due à l'identité de Ward, donc à l'invariance de jauge.

↳ Le courant neutre sauve l'unitarité.



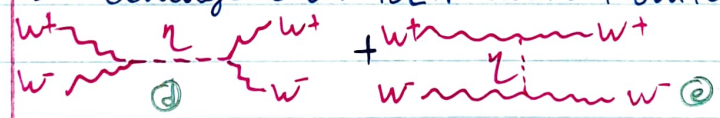
→ Processus $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$:

→ Processus pure jauge. 3 contributions :



↳ On a $\mathcal{M}(\text{a} + \text{b} + \text{c}) = \frac{-g^2}{4m_W^2} 3u + \mathcal{O}(s^0)$ où $u = (p_{W, in}^+ - p_{W, out}^-)^2$
 et $s + u + t = 4m_W^2$

→ L'échange d'un BEH sauve l'unitarité :



Alors $\mathcal{M}(\text{d} + \text{e}) = \frac{g^2}{4m_W^2} 3u + \mathcal{O}(s^0)$

→ On a $\mathcal{M}_{\text{jauge} + \text{BEH}} \propto \mathcal{O}(s^0)$ comme prévu par l'unitarité

⊙ N.B:

→ On a $\mathcal{M}(W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-) \stackrel{s \gg m_W^2 \gg m_\eta^2}{\sim} \frac{g^2 m_\eta^2}{4m_W^2}$ augmente avec m_η , à m_W fixé.

Ainsi, on a une contrainte supplémentaire à cause de l'unitarité :
 $m_\eta \leq 900 \text{ GeV}$, On savait alors que η devait être découvert au LHC, puisque $\sqrt{s}_{\text{LHC}} \sim 10 \text{ TeV}$