

3

ANNIHILATION e^+e^-

- Considérons le calcul le plus simple; les collisions e^+e^- . L'annihilation électron-positon permet l'étude des aspects électro-faibles et de différents aspects du QCD.
- La réaction $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ présente un état initial clair, et n'est pas sujet à des interférences entre l'état initial et l'état final. De plus, p^μ est intégralement transmis à l'état final (si pas de radiation QED). Enfin, σ_{tot} fait intervenir la constante de couplage électro-faible; la proba de superposition de 2 événements est faible.

3.1 Section efficace totale $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$

- La production de hadrons se fait via la production d'une paire $q\bar{q}$ avec un proba de 1:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}) = N_c \sum_{i=1}^{N_f} \sigma(e^+e^- \rightarrow q_i \bar{q}_i)$$

- La production $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \gamma^*(q) \rightarrow q(p_q) + \bar{q}(p_{\bar{q}})$ est identique à toute autre production de paire $L\bar{L}$ (en modifiant les charges électriques Q_i et en rajoutant N_c).

- La section efficace (on néglige l'échange d'un Z) est:

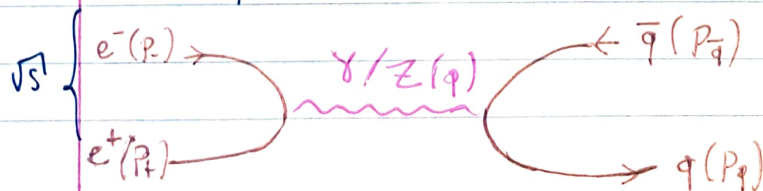
$$d\sigma = \frac{1}{2s} |\overline{\mathcal{M}}|^2 (2\pi)^4 \delta(p_+ + p_- - p_q - p_{\bar{q}}) \frac{d^3 p_q}{(2\pi)^3 2\omega_q} \frac{d^3 p_{\bar{q}}}{(2\pi)^3 2\omega_{\bar{q}}}$$

avec $s = q^2 = (p_+ + p_-)^2 = (p_q + p_{\bar{q}})^2$ et avec

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{2} \sum_{s_{e^+}} \cdot \frac{1}{2} \sum_{s_{e^-}} \cdot \sum_{s_q, s_{\bar{q}}} |\mathcal{M}|^2, \quad \omega$$

$$i\mathcal{M} = \bar{v}(p_+) (-ie\gamma^\mu) u(p_-) \cdot \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \cdot \bar{u}(p_q) (-iQ_i e\gamma^\nu) v(p_{\bar{q}})$$

$$= \frac{iQ_i e^2}{q^2} \bar{v}(p_+) \gamma^\mu u(p_-) \cdot \bar{u}(p_q) \gamma_\mu v(p_{\bar{q}})$$



→ trouvons $\mathcal{M}^*$:

→ Puisque $\bar{\Psi} \gamma^\mu \chi \in \mathcal{M}_1(\mathbb{C})$, on a
 $(\bar{\Psi} \gamma^\mu \chi)^* = (\bar{\Psi} \gamma^\mu \chi)^\dagger = (\Psi^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu \chi)^\dagger = \chi^\dagger (\gamma^\mu)^\dagger (\gamma^0)^\dagger \Psi$
 $= \chi^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \gamma^0 \Psi = \bar{\chi} \gamma^\mu \Psi$

→ $i\mathcal{M}^* = \frac{i Q_e e^2}{q^2} \bar{u}(p_-) \gamma^\mu v(p_+) \bar{v}(p_+) \gamma_\mu u(p_q)$

PROP

On rappelle les relations de fermeture suivantes :

$$\sum_s u^s(p_q) \bar{u}^s(p_q) = \not{p}_q + m_q$$

$$\sum_s v^s(p_{\bar{q}}) \bar{v}^s(p_{\bar{q}}) = \not{p}_{\bar{q}} - m_{\bar{q}}$$

→ Calculons la somme sur les quarks sortants :

$$\sum_{q, \bar{q}} \bar{u}^s(p_q) \gamma_\mu v^{\bar{s}}(p_{\bar{q}}) \bar{v}^{\bar{s}}(p_{\bar{q}}) \gamma_\nu u^s(p_q)$$

$$= \text{tr} \{ (\not{p}_q + m_q) (\not{p}_{\bar{q}} - m_{\bar{q}}) \gamma_\mu \gamma_\nu \} \quad \begin{array}{l} \text{tr}(\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\beta) = 4(\eta^{\alpha\mu} \eta^{\nu\beta} - \eta^{\alpha\nu} \eta^{\mu\beta} + \eta^{\alpha\beta} \eta^{\mu\nu}) \\ \text{tr}(\gamma_\mu \gamma_\nu) = 4 \eta_{\mu\nu} \end{array}$$

$$= \text{tr} \{ (\gamma^\alpha p_{q\alpha} + m_q) (\gamma^\beta p_{\bar{q}\beta} - m_{\bar{q}}) \gamma_\mu \gamma_\nu \}$$

$$= \text{tr} \{ p_q^\alpha p_{\bar{q}}^\beta \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_\nu - m_q^2 \gamma_\mu \gamma_\nu \} \quad \text{tr}(\gamma) = \text{tr}(\gamma\gamma\gamma) = \text{tr}(\gamma\gamma\gamma\gamma\gamma) = 0 = \dots$$

Δ indices sur Δ

$$= 4 \text{tr} \{ p_{q\alpha} p_{\bar{q}\beta} (\eta^{\alpha\beta} \eta^{\mu\nu} - \eta^{\alpha\mu} \eta^{\beta\nu} + \eta^{\alpha\nu} \eta^{\beta\mu}) \} - 4 m_q^2 \eta_{\mu\nu}$$

$$= 4 \{ p_{q\mu} p_{\bar{q}\nu} + p_{q\nu} p_{\bar{q}\mu} - p_q \cdot p_{\bar{q}} \eta_{\mu\nu} - m_q^2 \eta_{\mu\nu} \}$$

→ Le terme leptonique est analogue :

$$\sum_{s_+, s_-} \bar{v}^+(p_-) \gamma^\mu u^-(p_-) u^-(p_+) \gamma^\nu v^+(p_+) = 4 \{ p_-^\nu p_+^\mu + p_-^\mu p_+^\nu - p_- \cdot p_+ \eta^{\mu\nu} - m_e^2 \eta^{\mu\nu} \}$$

→ On obtient $|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{4} \sum_{s_+, s_-} \sum_{s_q, s_{\bar{q}}} \mathcal{M}^* \mathcal{M}$

$$= \frac{4 \cdot 4}{2} \cdot \frac{e^4}{s^2} \cdot N_c \cdot Q_e^2 \left\{ \underbrace{(p_+ \cdot p_q)(p_- \cdot p_{\bar{q}}) + (p_+ \cdot p_{\bar{q}})(p_- \cdot p_q)}_{\text{circuitique}} + \underbrace{m_q^2(p_+ \cdot p_-) + m_e^2(p_q \cdot p_{\bar{q}}) + 4m_q^2 m_e^2}_{\text{termes de masse}} \right\}$$

↳ Les masses des quarks sont constantes :

$$m_q^2 (p_+ \cdot p_-) + m_c^2 (p_q \cdot p_{\bar{q}}) + 4 m_q^2 m_c^2 = \frac{s}{2} (m_q^2 + m_c^2) - 2 m_q^2 m_c^2 + 4 m_q^2 m_c^2$$

$$= \frac{s}{2} (m_q^2 + m_c^2) + 2 m_q^2 m_c^2$$

→ Prenons la limite relativiste : $p_+^2 = p_-^2 = p_q^2 = p_{\bar{q}}^2 = 0$

$$\hookrightarrow (p_- + p_q)^2 = 2 p_- \cdot p_q$$

Et on se place dans le CM, avec l'axe z = axe du faisceau.

On obtient : (voir eq. 6.50 dans Martin et Halzen)

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi \alpha^2}{2s} N_c Q_i^2 (1 + \cos^2\theta)$$

où $\alpha = e^2/4\pi$ et θ l'angle entre le faisceau et les particules sortantes.

→ A très haute énergie, les interactions entre les quarks de l'état final peuvent être négligées (principe de causalité). La section efficace intégrée est :

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} N_c \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2$$

où la somme porte sur les N_f saveurs qui contribuent à la section efficace, c'est à dire tq $2m_f < \sqrt{s}$

DEF

On définit rapport de σ hadronique - muonique R selon

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

→ Le rapport R se réexprime :

$$R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}) / (4\pi\alpha^2/3s) = N_c \cdot \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2$$

↳ Mesurer R permet d'améliorer les incertitudes expérimentales.

→ Si $\sqrt{s} < 3 \text{ GeV}$ et $N_c = 3$, seuls u, d, s contribuent et

$$R|_{\sqrt{s} < 3 \text{ GeV}} = 3 \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \right\} = 2$$

Au delà, $R[4 < \sqrt{s} < 9] = 10/3$ et $R[\sqrt{s} > 9 \text{ GeV}] = 11/3$

→ Expérimentalement, on trouve $N_c = 3$ à haute énergie, loin des résonances. Haute énergie = moins d'hadronisation

Prop

Les résonances correspondant à la production exclusive d'un méson vecteur $e^+e^- \rightarrow VM$; $VM = \rho, \omega, \phi, \mathcal{P}, \mathcal{P}', \dots$

→ Si une seule particule est créée, par conservation du spin et de la parité ($J_P = 1^-$), il doit s'agir d'un méson ($q\bar{q}$) vecteur (spin 1) de parité négative

→ Les mésons 1^- sont appelés pseudo-vecteurs.

3.2 Création d'une paire $q\bar{q}$

→ Dans le système du CM, $p_q = -p_{\bar{q}}$. Lorsqu'ils se séparent de $r \approx 10^{-15} \text{ m}$, le champ de couleur de la paire peut être représenté par un tube. En continuant $r > 10^{-15} \text{ m}$, $E_{\text{pot}} \nearrow$ et $E_{\text{cin}} \searrow$. Lorsque $E_{\text{pot, tube}} > m_{q\bar{q}}$, une paire $q\bar{q}$ est créée, et écroute la couleur de la paire initiale.

→ Il y a conservation de la couleur à chaque vertex, et globalement après le temps de l'hadronisation t_h

ex: $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q_v + \bar{q}_v \rightarrow q_v + \bar{q}_v \dots q_v + \bar{q}_v$

→ Si les impulsions relatives sont suffisamment grandes, il y a une cascade de partons produits. Si l'énergie dispo. est grande (dans le CM), ce phénomène de neutralisation de la couleur n'apparaîtra qu'en fin de processus.

→ Pour $E \gg m_p$ la masse du proton, l'impulsion longitudinale du tube p_L est grande et $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \approx m_p$ est limitée. $\Rightarrow$ Les partons produits possèdent des $p \approx p_L$

→ Après production en cascade, il y a recombinaison en état neutre de couleur : en hadron. c'est un processus soft, il n'induit pas de transfert de p_T . Cette hypothèse est appelée la dualité parton-hadron.

$\Rightarrow$ Les hadrons produits sont proches dans l'espace des phases des partons qui les constituent. Les hadrons produits sont collimés dans 2 petits domaines angulaires : les jets, opposés l'un à l'autre.

→ Le mécanisme de formation des jets est composé de 2 étapes,
① le processus partonique : désintégration de γ ou Z sur un temps $t_p \sim 1/\sqrt{s}$

② L'hadronisation $t_h \sim \frac{1}{\Lambda_{QCD}} \sim \tau \sim 10^{-23} \text{ s}$. A haute énergie, $\sqrt{s} \gg \Lambda_{QCD} \Rightarrow t_p \ll t_h$

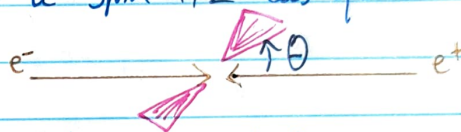
3.3 La formation de jets

→ Soit un quark $\in J_1$ d'impulsion p_1 et un autre quark $\in J_2$ d'impulsion p_2 . Alors si $p_1 \cdot p_2 \gg \Lambda_{QCD}^2$, il ne peuvent pas se combiner.

$\Leftrightarrow$ si $\mathcal{M}[q, q_2] \gg \Lambda_{QCD}^2$, ils doivent appartenir à 2 jets différents.

↳ On peut donc déduire des jets hadroniques des infos sur les jets partoniques, et sur la paire $q\bar{q}$ d'origine.

→ Les dépendances angulaires de la production de 2 jets sont en $\propto (1 + \cos^2\theta)$ (confirme le spin 1/2 des quarks (voir $d\sigma/d\cos\theta$ plus tard))



DEF | Un gluon dur est un gluon énergétique, produit à grand angle p/r à la paire d'origine

→ Les diagrammes à l'origine de 3 jets sont $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q}g$



↳ Ces processus sont à l'ordre α_s^2 (pour la partie QCD)

3.4 Le pic du Z et haute énergie

→ Les expériences auprès du LEP (CERN) et du SLD (SLAC) ont opéré à des énergies $\sqrt{s} \sim M_Z$ sur le pic de production du boson Z. On peut alors modifier la contribution du photon, et l'interférence entre le Z et le γ .

(p 24 SM)

DEF | On définit le couplage vectoriel v_f et axial a_f du Z aux fermions par:

$$v_f \equiv I_{3,f} - 2Q_f \sin^2 \theta_w$$

$$a_f \equiv I_{3,f}$$

→ Soit G_F la constante de Fermi, α la cste de structure fine et Γ_Z la largeur du boson Z . La section efficace est :

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{G_F^2 M_Z^4}{16\pi \Gamma_Z^2} \left\{ (1 + \cos^2\theta) (a_e^2 + v_e^2)(a_f^2 + v_f^2) + 8 \cos\theta \cdot a_e v_e a_f v_f \right\}$$

$$= \frac{\pi \alpha^2 k^2}{2 \Gamma_Z^2} \left\{ (1 + \cos^2\theta) (a_e^2 + v_e^2)(a_f^2 + v_f^2) + 8 \cos\theta \cdot a_e v_e a_f v_f \right\}$$

où $k = \frac{\sqrt{2} G_F M_Z^2}{4\pi\alpha} \simeq 1,4$ est le rapport sans dimension des couplages faibles sur e-m, pris à $\alpha(M_Z) \simeq 1/128$

↳ La distribution angulaire présente une contribution supplémentaire en $\cos\theta$ produite par l'interférence entre a_f et v_f . Ce terme induit une différence entre le nombre d'événements dans l'hémisphère du fermion ($\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$) et de l'antifermion ($\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$) : c'est l'effet d'asymétrie avant-arrière A_{FB} généré par la brisure de la parité dans les interactions faibles.

→ En $E = M_Z$, la section efficace intégrée est

$$\sigma = \frac{4\pi \alpha^2 k^2}{3 \Gamma_Z^2} (a_e^2 + v_e^2)(a_f^2 + v_f^2)$$

↳ Le bremsstrahlung (émission de γ réels par les $e^\pm$ initiaux) étale et déplace légèrement le pic $\Rightarrow$ modification de σ .

Cependant, pas de modification du rapport R (même effet de correction radiative QED sur $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$).

→ Sur le pôle du Z , on a : $R_Z = \frac{\Gamma(Z \rightarrow \text{hadrons})}{\Gamma(Z \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_{f=1}^5 \frac{(a_f^2 + v_f^2)}{a_\mu^2 + v_\mu^2} \simeq 20$

↳ Très supérieur à R [basse énergie] car les charges faibles des quarks $\simeq$ celle des μ , alors que $Q_q < Q_\mu$ et $\alpha \sim Q^2$.

Au dale du pic du Z , les contributions de l'échange d'un γ , et de l'interférence entre l'échange γ/Z sont non négligeables et R retombe.

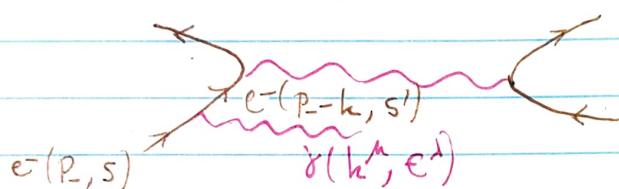
3.5 Corrections radiatives QED

DEF Les corrections radiatives sont la prise en compte d'effets dus aux ordres supérieurs comportant, ou non, des particules supplémentaires dans l'état initial et/ou final.

→ Chaque particule chargée pouvant émettre des γ , traiter ces radiations peut être compliqué.

3.5.1 Radiation par l' $e^\pm$ incidents :

→ Considérons le diagramme suivant :



L'élément de matrice $\mathcal{M}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M} &= (\dots) \frac{i}{(\not{p}-\not{k}) - m_e} (-ie\gamma_\mu) u(p, s) \cdot \epsilon^\mu \\
 &= (\dots) \cdot \frac{\not{p} - \not{k} + m_e}{(p-k)^2 - m_e^2} e \not{\epsilon} u(p, s) \quad \text{photon mou} \quad (p-k)^2 = p^2 + k^2 - 2p \cdot k \\
 &= (\dots) \frac{\not{p} - \not{k} + m_e}{-2p \cdot k} \cdot e \not{\epsilon} u(p, s) \quad \{\not{p}, \not{\epsilon}\} = 2p \cdot \epsilon \\
 &= (\dots) \frac{-\not{p} + m_e}{2p \cdot k} \cdot e \not{\epsilon} u(p, s) \\
 &= (\dots) \frac{-e}{2p \cdot k} (-\not{\epsilon} \not{p} + 2p \cdot \epsilon + m_e \not{\epsilon}) \cdot u(p, s) \quad (\not{p} - m) u(p, s) = 0 \text{ Dirac} \\
 &= (\dots) \frac{-e}{2p \cdot k} (2p \cdot \epsilon - \not{\epsilon} (\not{p} - m_e)) u(p, s) \\
 &= (\dots) \frac{-e}{2p \cdot k} (2p \cdot \epsilon - \not{\epsilon} \not{p} + m_e \not{\epsilon}) u(p, s)
 \end{aligned}$$

→ De manière analogue, $\mathcal{M} \left[\begin{array}{c} e^+ \leftarrow \\ e^- \rightarrow \end{array} \right]$ donne

$$i\mathcal{M} = (\dots) \frac{e \not{\epsilon} \cdot \not{p}_+}{p_+ \cdot k} \bar{u}(p_+, s')$$

→ En considérant les 2 sources, la correction à l'amplitude à l'ordre le plus bas est:

$$\mathcal{M}_{\text{rad}} = (-e) \left(\frac{\epsilon \cdot p_+}{p_+ \cdot k} - \frac{\epsilon \cdot p_-}{p_- \cdot k} \right) \mathcal{M}_{\text{born}}$$

$$= (-e) \left(\frac{\epsilon \cdot p_+}{p_+ \cdot k} - \frac{\epsilon \cdot p_-}{p_- \cdot k} \right) \cdot \frac{Q e^2}{q^2} \bar{u}(p_+) \gamma^\mu u(p_-) \cdot \bar{u}(p_q) \gamma_\mu u(p_{\bar{q}})$$

→ On peut étudier cette factorisation pour un # ℓ de photons.

DEF On définit le radiateur à photon $\Delta\gamma$ selon

$$\Delta\gamma \equiv \prod_{i=1}^{\ell} \left\{ (-e) \left(\frac{\epsilon_i \cdot p_+}{p_+ \cdot k_i} - \frac{\epsilon_i \cdot p_-}{p_- \cdot k_i} \right) \right\}$$

PROP Des bremsstrahlung d'un lepton incident peuvent toujours se factoriser selon: $\mathcal{M}_{\text{rad}} = \Delta\gamma \cdot \mathcal{M}_{\text{born}}$

→ Par la section efficace avec radiation d'un seul photon, on a:

$$d\sigma = e^2 \left(\frac{p_+}{p_+ \cdot k} - \frac{p_-}{p_- \cdot k} \right) \frac{d^3k}{(2\pi)^3 k_0} d\sigma_{\text{born}}$$

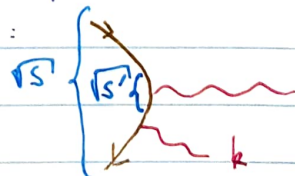
→ On observe une structure en double pôle qui correspondent à l'émission collinéaire au positon ($p_+/p_+ \cdot k$) et à l'électron ($-p_-/p_- \cdot k$). Les divergences infrarouge ($k \rightarrow 0$) sont annulées par la prise en compte de la correction de vertex, qui se factorise aussi

$p_- \cdot k \rightarrow 0$ si $\begin{cases} k \rightarrow 0 : \text{divergence soft} \\ \gamma \parallel e^+ : \text{divergence collinéaire} \end{cases}$

→ L'émission d'un γ par une des particules entrantes peut être vu comme une diminution de l'énergie dispo dans le CM, s:

$$s = (p_- + p_+)^2 = 4E_- E_+$$

$$\hookrightarrow s' = 4(E_- - k_0) \cdot E_+$$



Ceci est rendu possible par la factorisation de $\Delta\gamma$. Cette approche est correcte même pour l'émission de photons énergétiques.

→ On peut réexprimer la section efficace diff. comme

$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}\gamma} = \frac{1}{2s} |\mathcal{M}_{\text{had}}|^2 \cdot \frac{d^3p_q}{(2\pi)^3 2p_q^0} \frac{d^3p_{\bar{q}}}{(2\pi)^3 2p_{\bar{q}}^0} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k^0} (2\pi)^4 \delta(p_+ + p_- - p_q - p_{\bar{q}} - k)$$

$$\simeq e^2 \left\{ \frac{p_+}{p_+ \cdot k} - \frac{p_-}{p_- \cdot k} \right\}^2 \cdot \frac{1}{2s'} |\mathcal{M}_{\text{born}}|^2$$

$$\times d^3p_q d^3p_{\bar{q}} d^3k (2\pi)^4 \delta(p_+ + p_- - p_q - p_{\bar{q}} - k)$$

→ Pour une radiation colinéaire ($\cos\theta \simeq 1 - \theta^2/2$ et $d\cos\theta \simeq d\theta^2$), on a

$$\left\{ \frac{p_+}{p_+ \cdot k} - \frac{p_-}{p_- \cdot k} \right\}^2 = \frac{-2 p_+ \cdot p_-}{(p_+ \cdot k)(p_- \cdot k)}$$

$$\text{Or, } p_- \cdot k = E_- k_0 - \vec{p}_- \cdot \vec{k} = E_- k_0 (1 - \cos\theta) \simeq E_- k_0 \cdot \theta^2/2$$

$$\text{Ainsi, } d\sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}\gamma} \propto \frac{p_- \cdot p_+}{p_+ \cdot k E_- k_0 \theta^2/2} \cdot \frac{d\theta^2}{\theta^2} \propto \frac{d\theta^2}{\theta^2} \propto d\ln\theta^2$$

?

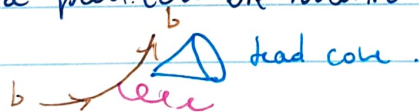
↳ L'angle minimal $\theta_{\min}$ n'atteint pas 0 car $m_e \neq 0$. L'angle de diffusion minimum est donné par le facteur de Lorentz :

$$\theta_{\min} \sim 1/\gamma \text{ avec } \gamma = E/m_e = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \gg 1$$

DEF

On appelle dead cone l'angle mort autour de la particule massive incidente, dans lequel aucun boson n'est émis.

↳ plus la particule est massive, plus le cône est grand



→ Pour un γ ayant une fraction d'impulsion $z = k/p$, on a

$$d\sigma = \frac{\alpha}{\pi} \frac{dz}{z} \ln[E_b^2/m_e^2] \cdot d\sigma_{\text{born}} \quad (\text{pour un } \gamma \text{ mov})$$

Pour k non négligeable devant p , on a :

$$d\sigma = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{dz}{z} (1 + (1-z)^2) \ln[E_b^2/m_e^2] \cdot d\sigma_{\text{born}}$$

↳ C'est l'approx. colinéaire : peaking approximation, valable tant que $\theta \simeq m_e/E_b \ll 1$. Tant que le recouvrement de l'espace des phases reste faible, l'approx. est correcte.

3.5.2 Effet sur le pic du Z :

→ Ces corrections radiatives entraînent 2 effets :

1) Un déplacement de la valeur du pic du Z.

2) Un changement de la cinématique, entraînant un radiatif return. Le LEP II fonctionnait à $\sqrt{s} > m_Z$, mais l'émission de photons durs par l'état initial faisait quand même apparaître le pic. La section efficace $\sigma(e^+e^- \rightarrow f\bar{f})$ était donc grandement favorisée.

De plus, l'énergie disponible dans chaque faisceau est

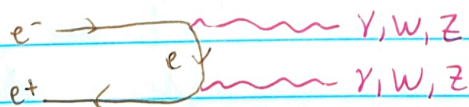
$$\sigma(s) = \int_0^s \sigma(s') R(s, s') ds'$$

où $R(s, s')$ est la proba d'avoir une émission de photons faisant passer l'énergie de $s \rightarrow s'$.

→ Cette diminution de s par l'émission de γ collinaire est utilisée dans l'expérience BELLE. Ceci permet d'étudier certaines résonances sans changer le régime des e^+e^- .

3.6 Au delà du Z

→ Le LEP II avait $\sqrt{s} \sim 200 \text{ GeV}$, ouvrant de nouveaux canaux de production de paires de fermions ou de bosons



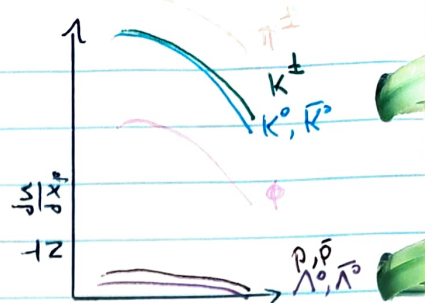
3.7 Production de particules

→ On étudie les taux relatifs de production de particules de façon inclusive et séparément pour les hadrons chargés identifiés ($\pi^\pm, K^\pm, p$) ou se désintégrant en particules chargées (K^0, ϕ, Λ)

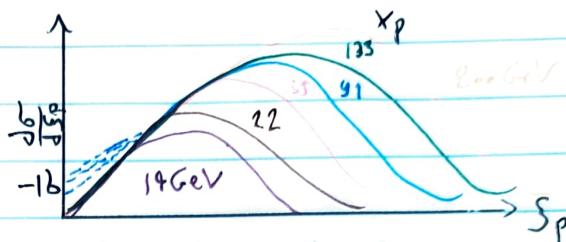
DEF On définit les fractions d'impulsion x_p et s_p par

$$x_p \equiv \frac{p}{E_{\text{beam}}} = \frac{2p}{\sqrt{s}} \quad \text{et} \quad s_p \equiv \log\left(\frac{1}{x_p}\right)$$

- Les spectres de production de hadrons ont une forme similaire mais le taux de prod. dépend fortement de la masse de la particule :
- $$m_{\pi^+} < m_{K^+} < m_{K^0} < m_{\phi} < m_p < m_{\Lambda^0}$$



- En considérant $\xi_p = \ln(1/x_p)$, on se concentre sur la prod. de particule à $x_p \ll 1 \Leftrightarrow \xi_p \gg 1$.



↳ La distribution tombe pour de grandes valeurs de ξ_p :

les gluons ont de moins en moins d'énergie et finissent par un plus ou un de paire $q\bar{q}$

3.7.1 Les fonctions de fragmentation :

- Considérons la production d'un certain hadron h : $e^+e^- \rightarrow hX$.
Nous ne sommes plus dans un cas inclusif. La section efficace nécessite l'introduction de nouveaux objets.

DEF On définit la fraction d'énergie z selon

$$z \equiv \frac{E_h}{E_{\text{beam}}} = \frac{2E_h}{\sqrt{s}}$$

On définit également les fonctions de fragmentation $D_q^h(z)$. Il s'agit de la probabilité qu'un hadron h soit trouvé dans les débris d'un quark portant une fraction d'énergie z

- Les $D_q^h(z)$ n'ont de sens que dans les productions multiples de hadrons (loin de la région des résonances).

- La section efficace peut alors s'écrire comme

$$\frac{d\sigma}{dz}(e^+e^- \rightarrow hX) = \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) [D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z)]$$

↳ la somme porte sur toutes les saveurs de quarks

↳ il y a création $q\bar{q}$ puis fragmentation $q\bar{q} \rightarrow hX$

→ La conservation des proba $\Rightarrow$ 3 règles sur les $D_q^h(z)$:

Prop ① Tout quark doit finir dans un hadron:

$$\sum_h \int_{z_{\min}}^1 D_q^h(z) dz = 1 \quad \text{avec } z_{\min} = \frac{2m_h}{\sqrt{s}}$$

② Un hadron h provient toujours de quarks et d'anti-quarks:

$$\sum_q \int_{z_{\min}}^1 \{ D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z) \} dz = n_h$$

avec n_h est la multiplicité moyenne du hadron h dans l'ensemble hadronique formé par q et $\bar{q}$.

③ L'intégrale sur l'impulsion du q et $\bar{q}$ doit se retrouver intégralement dans la somme des hadrons:

$$\sum_h \int_{z_{\min}}^1 z \cdot \{ D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z) \} dz = 1$$

→ Pour être indépendant de s , on normalise par $e^+e^- \rightarrow X$:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dz}(e^+e^- \rightarrow hX) = \frac{\sum_q e_q^2 (D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z))}{\sum_q e_q^2}$$

DEF

La paramétrisation de Peterson est un modèle proposé pour $D_Q^h(z)$:

$$D_Q^h(z) = N(\epsilon) \frac{1}{z(1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon}{1-z})^2}$$

où $N(\epsilon)$ fixe la normalisation et $\epsilon = m_q^2/m_Q^2$ est (en pratique) laissé comme paramètre libre.

→ Le modèle de Peterson considère un hadron formé d'un quark léger q et d'un quark lourd Q

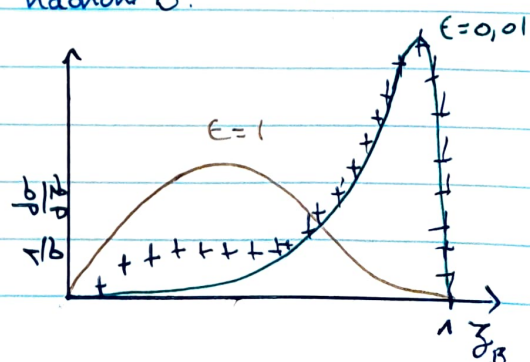
→ Exemple: fragmentation de quarks b en hadrons B .

→ quark léger (pic $\approx 1/2$)

→ quark lourd (pic $\rightarrow 1$)

→ On remarque que:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} D_Q^h(z) \rightarrow 0$$



3.7.2 Production de quarks lourds :

→ On considère les quarks b et t . Leur masse ne peuvent plus être négligées (au LEP et SLC). On note Q un quark lourd.

→ Au tree level, $e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q}$, on observe 2 effets du même :

- ① La conservation de l'énergie impose $\sqrt{s} < 2m$. La vitesse est donnée par $\beta = \sqrt{1 - 4m^2/s}$. La section efficace est alors
- $$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q})}{d\Omega} = N_c \frac{\alpha^2}{4s} \beta \left\{ 1 + \cos^2\theta + (1-\beta^2)\sin^2\theta \right\} Q_i^2$$
- ↳ Lorsque $\beta \rightarrow 1$, on retrouve bien l'expression (p30).

- ② Le terme $(1-\beta^2)\sin^2\theta$ correspond aux diffusions inversant l'hélicité, ce qui n'est possible qu'en présence de masse.

3.8 Section efficace $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$

→ Page 29 on avait obtenu pour $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ l'expression suivante :

$$\overline{|M|^2} = 8 \frac{e^4}{s^2} N_c Q_i^2 \left\{ (P_+ \cdot P_q)(P_- \cdot P_{\bar{q}}) + (P_+ \cdot P_{\bar{q}})(P_- \cdot P_q) \right. \\ \left. + m_q^2(P_+ \cdot P_-) + m_e^2(P_q \cdot P_{\bar{q}}) + 4m_q^2 m_e^2 \right\}$$



→ En négligeant les masses, $\overline{|M|^2}$ pour $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \gamma^*(q) \rightarrow q + \bar{q} + g$ est

$$|M|^2 = 8 G_F (4\pi)^3 \alpha^2 \alpha_s N_c Q_i^2 \\ \times \frac{(P_+ \cdot P_q)^2 + (P_+ \cdot P_{\bar{q}})^2 + (P_- \cdot P_q)^2 + (P_- \cdot P_{\bar{q}})^2}{(P_+ \cdot P_-)(P_q \cdot P_{\bar{q}})(P_q \cdot P_g)}$$

↳ En effet, le terme $1/s^2$ se réécrit

$$s^2 = (p_+ + p_-)^2 (p_q + p_{\bar{q}})^2 = 4(p_+ \cdot p_-)(p_q \cdot p_{\bar{q}})$$

↳ De plus, on peut réécrire :

$$(p_+ \cdot p_q)^2 + (p_- \cdot p_{\bar{q}})^2 = \frac{1}{2} \left\{ (p_+ \cdot p_q)^2 + (p_+ \cdot p_{\bar{q}})^2 + (p_- \cdot p_q)^2 + (p_- \cdot p_{\bar{q}})^2 \right\} \\ = (p_+ \cdot p_{\bar{q}})^2 + (p_- \cdot p_q)^2$$

Le radiateur de gluon Δ_g est donné par

$$\Delta_g \equiv \prod_{i=1}^l \left\{ (-\alpha_s) \left(\frac{\epsilon_i \cdot p_q}{p_q \cdot k} - \frac{\epsilon_i \cdot p_{\bar{q}}}{p_{\bar{q}} \cdot k} \right) \right\}$$

Cher DEF

→ Ayant négligé les masses, on a

$$x_q = z_q = E_q / E_b; \quad x_{\bar{q}} = z_{\bar{q}} = E_{\bar{q}} / E_b \quad \text{et} \quad x_g = E_g / E_b$$

En intégrant sur les 3 angles indépendants, on obtient

$$\otimes \frac{d^2 \sigma_{q\bar{q}g}}{dx_q dx_{\bar{q}}} = \sigma_{q\bar{q}} \text{ Cf } \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} \quad \text{symétrique sous } (q \leftrightarrow \bar{q}), \text{ car symétrie CP de QCD.}$$

↳ Les fractions d'énergie n'étant pas invariante de Lorentz, on définit

$$x_i \equiv 2 q \cdot p_i / q^2$$

→ La conservation de l'énergie impose

$$\begin{cases} x_q + x_{\bar{q}} + x_g = 2 \\ 1 - x_i = \frac{1}{2} x_j x_k (1 - \cos \theta_{jk}), \quad i \neq j \neq k, \quad i \neq k. \end{cases}$$

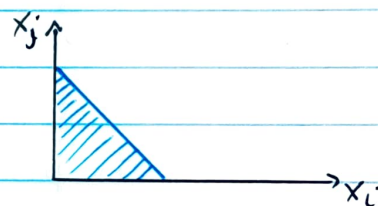
Ainsi, $x_i + x_j \geq 1$ for $i \neq j$. Si un parton a une énergie maximale ($x_i = 1$), les 2 autres sont colinéaires ($\theta_{jk} = 0$). L'impulsion de l'état initial étant nulle dans le plan transverse, l'état final tient sur un plan :

$$\theta_{q\bar{q}} + \theta_{\bar{q}g} + \theta_{qg} = 2\pi$$

↳ Le domaine d'intégration est donc

$$0 \leq x_q, x_{\bar{q}} \leq 1$$

$$1 \leq x_q + x_{\bar{q}}$$



③ Singularités :

→ L'équation $\otimes$ présente 2 types de singularités infrarouges.

→ un pôle simple lorsque $x_q \rightarrow 1^-$ ou $x_{\bar{q}} \rightarrow 1^-$

→ un pôle double lorsque les 2 quarks atteignent simultanément 1 :

$$\begin{aligned} x_q \rightarrow 1^- & \quad \left\{ \begin{aligned} (p_{\bar{q}} + p_g)^2 &= 2(p_{\bar{q}} \cdot p_g) \rightarrow 0 \\ (p_q + p_g)^2 &= 2(p_q \cdot p_g) \rightarrow 0 \end{aligned} \right. \\ x_{\bar{q}} \rightarrow 1^- & \end{aligned}$$

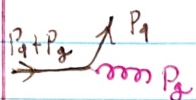
DEF → La première singularité est une singularité de masse, liée à l'émission d'un gluon colinéaire. Elle disparaît pour $m_q > 0$

→ La 2^{ème} singularité est liée à l'émission d'un gluon soft, c'est à dire lorsque $p_g \rightarrow 0$

→ Explicitons ces singularités:

$$\frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} = \frac{2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} - \frac{1+x_q}{1-x_{\bar{q}}} - \frac{1+x_{\bar{q}}}{1-x_q}$$

Ces singularités sont issues du propagateur des quarks:

 $\frac{1}{(P_q + P_{\bar{q}})^2} = \frac{1}{2E_q E_{\bar{q}} (1 - \cos \theta_{q\bar{q}})} = \frac{1}{s} \frac{1}{1 - x_{\bar{q}}}$

→ Singularité simple: $E_g \rightarrow 0$ mais $\theta_{qg} \neq 0 \neq \theta_{\bar{q}g}$

→ La contribution IR à la section efficace totale est:

$$\sigma \sim \alpha_s \sim \int \frac{dx_q dx_{\bar{q}}}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} \sim \alpha_s \int \frac{dx_q dx_{\bar{q}}}{x_q^2 (1 - \cos \theta_{qg})(1 - \cos \theta_{\bar{q}g})}$$

$$\sim \int \frac{dz}{z} \frac{du}{1-u^2} \quad \text{où } z = x_{\bar{q}}, \quad u = \cos \theta_{qg}$$

pôle simple ← $\frac{1}{z}$

→ C'est bien un pôle simple car $u \neq \pm 1$

→ Singularité double: $E_g \rightarrow 0$ et $\theta_{qg} \rightarrow 0 / \theta_{\bar{q}g} \rightarrow 0$

→ Dans ce cas, $u \rightarrow \pm 1$ et on a un double pôle.

$$d\sigma \sim \alpha_s \int \frac{dz}{z} \int \frac{d\theta}{\theta}$$

→ En pratique, en dessous d'un certain seuil, $|q\bar{q}g\rangle$ théorique sera englobé dans un $|q\bar{q}\rangle$ physique.

DEF

On définit l'angle de Ellis-Karliner θ_{EK} selon:

$$\cos \theta_{EK} = \frac{x_2 - x_3}{x_1}$$

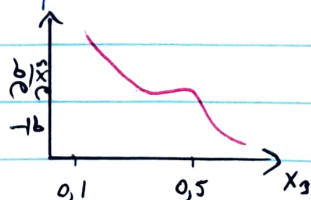
↳ Il représente l'angle entre les jets 1 et 2 dans le ref au repère constitué des jets 2 et 3. Il permet de mettre en évidence le caractère vectoriel des gluons.

→ La conservation de l'énergie ($x_1 + x_2 + x_3 = 2$) impose que:

1) $x_1 > 2/3$ et $x_2 > 1/2$

2) $x_3 < 1/2$

3) la borne en $x_3 \sim 0,4$ provient de $x_g \leq 1/2$ qui décroît et $x_{q,\bar{q}} \leq 1/2$ qui croît.



3.8.1 Approximation colinéaire

→ Exprimons σ en fct des gluons: $z = x_g$ et $t = 1 - \cos(\theta_{q\bar{q}})$.
 Alors: $x_q = \frac{2(1-z)}{2-zt}$; $x_{\bar{q}} = \frac{2-z(2-z)t}{2-zt}$; $dx_q dx_{\bar{q}} = \frac{z(2-z)}{(2-zt)^2} dz dt$

On peut écrire $d^2\sigma/dx_q dx_{\bar{q}} = \sigma_{q\bar{q}} C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} (x_q^2 + x_{\bar{q}}^2) / ((1-x_q)(1-x_{\bar{q}}))$ comme
 $\frac{d^2\sigma_{q\bar{q}}}{dz dt} = \sigma_{q\bar{q}} C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4[1 + (1-z)^2] - 4z(2-z)t + z^2(2-z)^2 t^2}{z t (2-t)(2-zt)^2}$

Pour de faibles angles (limite colinéaire, $t \approx \theta^2/2$), on a
 $d^2\sigma = \sigma_{q\bar{q}} C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(1 + (1-z)^2 \right) \frac{dz}{z} \frac{d\theta^2}{\theta^2}$ // p36, peaking approx

DEF Le facteur de splitting P_{gq} est défini selon:

$$\frac{1 + (1-z)^2}{z}$$

↳ La proba pour un quark de se séparer en un quark de fraction d'impulsion z et un gluon est donnée par $N_c \cdot \frac{C_F \alpha_s}{2\pi} \cdot P_{gq}$

3.8.2 Correction radiative QCD virtuelles:

→ On s'intéresse aux corrections virtuelles $\sim \alpha_s$:



→ Les divergences IR s'annulent lorsque l'on somme sur $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ et $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$. Considérons la méthode de la régularisation dimensionnelle.

DEF L'opérateur Casimir $H(\epsilon)$ dans la rep. fondamentale avec $n=4-2\epsilon$ ($\epsilon < 0$) est $H(\epsilon) = \frac{3(1-\epsilon)^2}{(3-2\epsilon)\Gamma(2-2\epsilon)} = 1 + O(\epsilon)$

où $\Gamma(z) \equiv \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x} dx$

↳ La section efficace se réécrit comme:

$$\begin{aligned} \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g) &= \sigma_{q\bar{q}} C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} H(\epsilon) \int dx_q dx_{\bar{q}} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2 - \epsilon(z - x_q - x_{\bar{q}})}{(1-x_q)^{1+\epsilon} (1-x_{\bar{q}})^{1+\epsilon}} \\ &= \sigma_{q\bar{q}} C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} H(\epsilon) \left\{ \frac{2}{\epsilon^2} + \frac{3}{\epsilon} + \frac{19}{2} + O(\epsilon) \right\} \end{aligned}$$

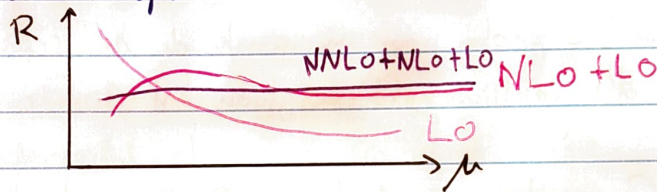
↳ les poles en $1/\epsilon$ sont les singularités IR (colinéaire et soft)
 ↳ le pole en $1/\epsilon^2$ est la singularité colinéaire ou soft.

→ Les corrections virtuelles font apparaître des divergences UV:
 $\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \sigma_{q\bar{q}} \text{ CF } \frac{\alpha_s}{2\pi} H(\epsilon) \left\{ \frac{-2}{\epsilon^2} - \frac{3}{\epsilon} - 8 + \mathcal{O}(\epsilon) \right\}$

↳ Les poles s'annulent parfaitement!

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow X)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu\mu)} = 3 \sum_q Q_f^2 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right) \text{ au tree level.}$$

→ Aux ordres supérieurs dépendent explicitement de l'échelle de renormalisation μ , en plus de la dépendance implicite $\alpha_s = \alpha_s(\mu)$. Cependant, cette dépendance diminue avec la prise en compte progressive d'ordres supérieurs:



3.9 Algorithmes de reconstruction de jets

→ On tente de regrouper les particules de l'état final de façon à ce que la structure "visible" expérimentalement soit reproduite.

↳ L'algorithme peut être appliqué à 3 niveaux :

- 1) particules générées
- 2) particules générées de l'état final
- 3) particules reconstruites dans un détecteur.

3.9.1 Algorithme de JADE :

→ Soit les particules i, j , d'impulsion p_i, p_j . Si, étant donné un seuil y_{cut} , on a $M_{ij}^2 \equiv (p_i + p_j)^2 < y_{cut} \cdot S$, alors i et j sont combinées dans une pseudo-particule d'impulsion $p_{ij} \equiv p_i + p_j$.

↳ La procédure s'arrête lorsque toutes les particules sont telles que $M_{ijk\dots}^2 < y_{cut} \cdot S$

↳ Les pseudo-particules restantes sont identifiées à des jets et leur nombre est la multiplicité de jet n

⇒ y_{cut} fixe la valeur à laquelle un événement particulier passe de l'état n -jet à $(n+1)$ -jet.

9 → JADE a des corrections d'hadronisation faible ($\sim 5\%$ à $s = m_Z^2$), donc est utilisé au LEP.

Son point faible est le suivant: si 2 gluons sont émis à grand angle p/r aux quarks initiaux, ils peuvent former un 3^e jet artificiel



↳ on ne peut inclure les techniques de resommation des gluons soft dans les simulations.

→ Exemple: $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ au niveau partonique

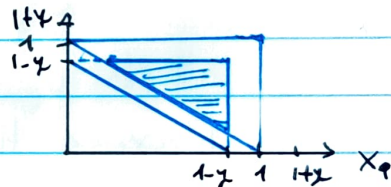
$$\rightarrow M_{ij}^2 = E_i E_j (1 - \cos \theta_{ij}) = s(1 - x_h)$$

→ Un événement aura 3 jets si chaque parton forme un jet:

$$x_q < 1-y$$

$$x_{\bar{q}} < 1-y$$

$$x_g < 1-y \quad (\Rightarrow x_q + x_{\bar{q}} > 1+y)$$



3.9.3 Multiplicité de jets:

→ Expérimentalement, le # de jet se calcule en se basant sur les impulsions des hadrons de l'état final (et non des partons). Comparons ces 2 grandeurs.

DEF

On définit les ratio 2-jets R_2 et ratio 3-jets R_3 par

$$R_2 \equiv \frac{\sigma_{2\text{-jet}}}{\sigma_{2\text{-jet}} + \sigma_{3\text{-jet}}} = \sigma_2 / \sigma_{\text{tot}} \quad \text{et} \quad R_3 \equiv \frac{\sigma_{3\text{-jet}}}{\sigma_{2\text{-jet}} + \sigma_{3\text{-jet}}} = \sigma_3 / \sigma_{\text{tot}}$$

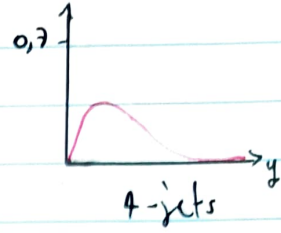
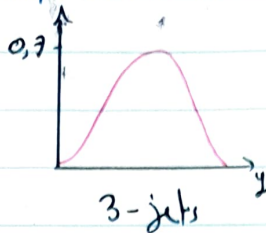
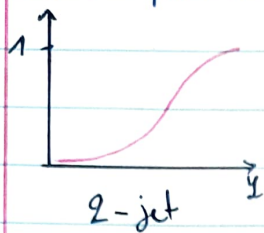
↳ $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{q\bar{q}} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right)$ est la section efficace totale à l'ordre α_s :

$$R_3 = \int d\sigma_{q\bar{q}g} = C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_{0}^{1-y} \frac{dx_q}{1-x_q} \int_{1+y-x_q}^{1-y} \frac{dx_{\bar{q}} (x_q^2 + x_{\bar{q}}^2)}{1-x_{\bar{q}}}$$

$$= C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(4Li_2\left[\frac{y}{1-y}\right] + (3-6y)\ln\left[\frac{y}{1-2y}\right] + 2\ln^2\left[\frac{y}{1-y}\right] - 6y - \frac{9}{2}y^2 - \frac{\pi^2}{3} + \frac{5}{2} \right)$$

↳ fonction de Spence $Li_2(z) = -\int_0^z \frac{\ln(u)}{1-u} du$

- Si on fait varier $\sqrt{s}$ en gardant y fixé, on a $f_i(s, \alpha_s, y) = f_i(\alpha_s(s), y)$
 ↳ On peut mesurer la dépendance en s de $\alpha_s(s)$



3.10 Structure de l'état final hadronique

- L'étude de la structure de l'état final hadronique (event shape) calcule en général plus valeurs, correspondant à n observables, telle qu'elles s'annule par un cas idéal (2 jets, dos à dos).

⊙ Les observables Thrust et M_H :

DEF On définit la variable thrust T pour un événement par:

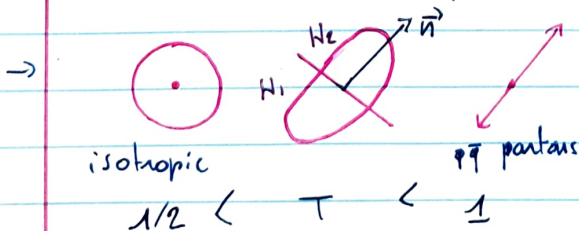
$$T = \max_{\vec{n}} \left\{ \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \right\}$$

L'axe du thrust $\vec{n}_T$ est le vecteur unitaire $\vec{n}$ qui maximise l'expression. Un plan passant par l'origine, $\perp \vec{n}_T$ divise l'événement en 2 hémisphères: H_1 et H_2

- La valeur $T = 1$ correspond au cas idéal

DEF La variable M_H est définie comme le max. des $M(p_i) \in H_j$

$$M_H \equiv \max \{ M(p_i) / p_i \in H_j \}$$



- La mesure du thrust permet de tester le caractère vectoriel du gluon

① Les observables d'étalement des jets B_T et B_W :

DEF En construisant la quantité

$$B_h \equiv \frac{\sum_{i \in H_h} |\vec{p}_i \times \vec{n}_T|}{2 \sum_i |\vec{p}_i|} \quad \text{pour chaque hémisphère } H_h,$$

on définit les variables de Broadening B_T et B_W :

$$B_T \equiv B_1 + B_2 \quad \text{et} \quad B_W \equiv \max\{B_1, B_2\}$$

→ Lorsque $\sqrt{s} \uparrow$, $\alpha_s \downarrow$ et le nombre de parton showers également.

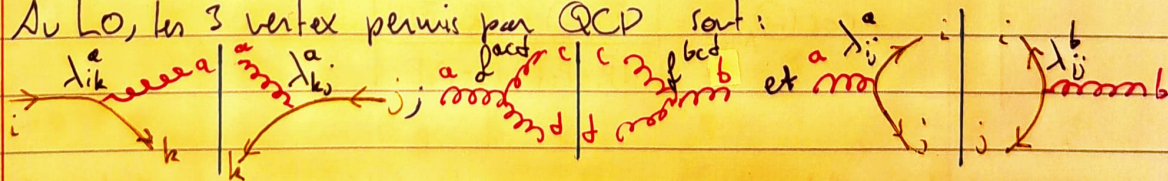
3.11 Comparaison des mesures de α_s

- Dans le cadre de QCD, le couplage α_s est indépendant de la saveur des quarks. Actuellement, on mesure $\alpha_s(m_Z) = 0,1185 \pm 0,0006$.
- Même aux valeurs les plus hautes en énergie accessible expérimentalement, l'IT reste bien plus importante que les Iem.

3.12 Test de la structure de jauge de QCD

- La distribution angulaire des événements à 2 jets a mis en évidence le spin 1/2 des quarks, et celle des événements à 3 jets (et la mesure des event shapes) ont mis en évidence le spin 1 des gluons.
- En revanche, la structure non-abélienne (structure de jauge) du groupe n'a pas été mise en évidence directement.

→ Au LO, les 3 vertex permis par QCD sont:



↳ En les élevant au carré, les relations suivantes sont utiles:

$$\textcircled{1} \sum_i (\lambda^a_{ik} \lambda^a_{kj}) = 4 C_F \delta_{ij} \quad \text{avec } C_F = T_F \frac{N^2 - 1}{N} = 4/3 \quad \left. \begin{array}{l} \text{lorsque} \\ \text{SU}(N) = \text{SU}(3) \end{array} \right\}$$

$$\textcircled{2} \sum_{cd} f^{acd} f^{bcd} = C_A \delta_{ab} \quad \text{avec } C_A = 2 T_F N = 3$$

$$\textcircled{3} \text{Tr}(\lambda^a \lambda^b) = 4 T_F \delta^{ab} \quad \text{avec } T_F = 1/2$$

→ Vérifions la structure du groupe avec les événements à 4 jets. La section efficace peut s'écrire sous la forme :

$$d\sigma = \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \{ C_F^2 C + C_F C_A B + C_F T_F n_f C \}$$

$$C \leftrightarrow \begin{array}{c} e^+ \leftarrow \\ e^- \rightarrow \end{array} \text{ (diagram with two gluon exchanges between quark lines) } + \begin{array}{c} e^+ \leftarrow \\ e^- \rightarrow \end{array} \text{ (diagram with two gluon exchanges between gluon lines) }$$

$$B \leftrightarrow \begin{array}{c} e^+ \leftarrow \\ e^- \rightarrow \end{array} \text{ (diagram with one gluon exchange between quark lines and one between gluon lines) } \quad \text{et} \quad C \leftrightarrow \begin{array}{c} e^- \rightarrow \\ e^+ \leftarrow \end{array} \text{ (diagram with one gluon exchange between quark lines and one between gluon lines) }$$

→ Dans une théorie abélienne, $B = 0$

→ Les fonctions C, B, C sont fonctions de $S_{ij} = (p_i + p_j)^2$, la masse invariante des paires de partons, et donc indépendante du groupe de jauge.

→ On étudie les corrélations angulaires entre jets. On les classe selon $E_4 < E_3 < E_2 < E_1$. Alors, les jets 1 et 2 sont presque toujours issus des quarks. On s'attend à ce que les dépendances angulaires soient $\neq$ pour $q \rightarrow qg$ (spin $1/2 \rightarrow 1+1/2$), $g \rightarrow gg$ ($1 \rightarrow 1+1$) et $g \rightarrow q\bar{q}$ ($1 \rightarrow 1/2+1/2$)

DEF

L'angle formé entre les plans (1,2) et (3,4) est l'angle de Bengtsson-Zerwas χ_{BZ} et est donné par :

$$\cos \chi_{BZ} = \frac{|(\vec{p}_1 \times \vec{p}_2) \cdot (\vec{p}_3 \times \vec{p}_4)|}{|\vec{p}_1 \times \vec{p}_2| |\vec{p}_3 \times \vec{p}_4|}$$

L'angle entre les vecteurs $(p_1 - p_2)$ et $(p_3 - p_4)$ est l'angle de Nachtmann-Reiter modifié $(H)_{NR}^*$ et est donné par

$$\cos (H)_{NR}^* = \frac{|(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \cdot (\vec{p}_3 - \vec{p}_4)|}{|\vec{p}_1 - \vec{p}_2| |\vec{p}_3 - \vec{p}_4|}$$

→ Les effets d'hadronisation sont ajoutés par Monte-Carlo. En ajustant les données, seul le groupe $SU(3)$ est compatible avec les mesures. En particulier, les groupes abéliens sont exclus à 12σ !